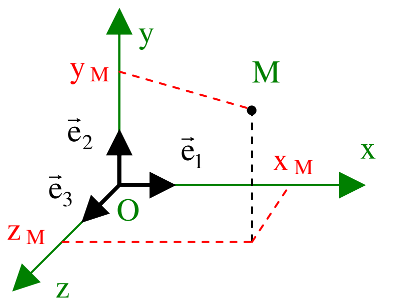
2 Mouvement et interactions

2.1 Décrire un mouvement

2.1.1 Vecteurs position, vitesse et accélération d'un point

Le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ définit la position du point M dans un repère d'origine O que l'on prendra orthonormé (les vecteurs de base $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ sont de norme 1 et orthogonaux entre eux).

Exemple un repère orthonormé de R^3



O	origine du repère
$\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$	les 3 vecteurs de base
Ox, Oy, Oz	les axes de coordonnées (ici orthogonaux)
x_M, y_M, z_M	les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}$

$\overrightarrow{OM} = x_M * \vec{e}_1 + y_M * \vec{e}_2 + z_M * \vec{e}_3$ que l'on peut écrire sous la forme $\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix}$

Le vecteur vitesse $\vec{v}_M$ est défini comme la dérivée du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ par rapport au temps :

$$\vec{v}_M = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

$\vec{v}_M$: vecteur vitesse du point M ; valeur en $m.s^{-1}$
d/dt : opérateur de dérivation par rapport au temps
$\overrightarrow{OM}$: vecteur position du point M ; valeur en m

Du point de vue mathématique, le vecteur vitesse a les propriétés suivantes :

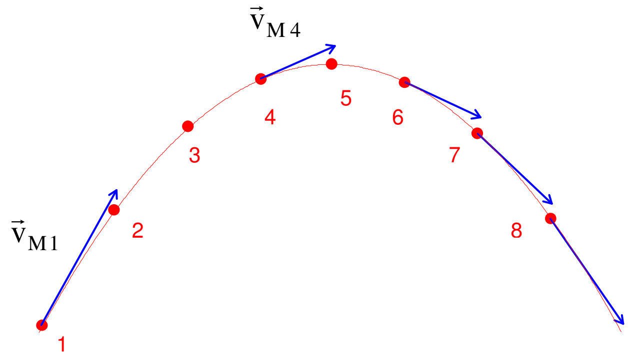
- direction : la tangente à la trajectoire

- sens : celui du mouvement

- valeur : la norme du vecteur notée « v » (valeur positive ; notée sans la flèche) calculée à l'aide de la formule :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

<u>Exemple</u> on filme le lancer d'une bille dans l'air. A l'aide d'un logiciel, on pointe sur chaque image la position du centre de la bille. L'échelle étant définie, le logiciel calcule les vitesses et dessine quelques vecteurs.
La courbe décrite par le point M est appelée sa trajectoire.



$$\vec{v}_M = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dx_M}{dt} \\ \frac{dy_M}{dt} \\ \frac{dz_M}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{xM} \\ v_{yM} \\ v_{zM} \end{pmatrix}$$

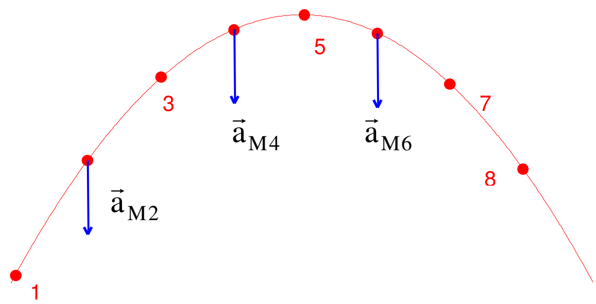
Le vecteur accélération $\vec{a}_M$ du point M est défini comme la dérivée du vecteur vitesse $\vec{v}_M$ par rapport au temps :

$$\vec{a}_M = \frac{d\vec{v}_M}{dt}$$

$\vec{a}_M$: vecteur accélération du point M ; valeur en $m.s^{-2}$

$\vec{v}_M$: vecteur vitesse du point M ; valeur en $m.s^{-1}$

<u>Exemple</u> on filme le lancer d'une bille dans l'air. A l'aide d'un logiciel, on pointe sur chaque image la position du centre de la bille. L'échelle étant définie, le logiciel calcule les accélérations et dessine quelques vecteurs.



$$\vec{a}_M = \frac{d\vec{v}_M}{dt} = \frac{d}{dt}\begin{pmatrix} v_{xM} \\ v_{yM} \\ v_{zM} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dv_{xM}}{dt} \\ \frac{dv_{yM}}{dt} \\ \frac{dv_{zM}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{xM} \\ a_{yM} \\ a_{zM} \end{pmatrix}$$

Un système possède une accélération quand « quelque chose » change dans le mouvement (la valeur ou la direction du vecteur vitesse), c'est à dire dans les cas suivants :

- la vitesse augmente : $\vec{v}$ et $\vec{a}$ ont même direction et même sens
- la vitesse diminue : $\vec{v}$ et $\vec{a}$ ont même direction et des sens opposés
- la direction change : $\vec{v}$ et $\vec{a}$ ont des directions différentes

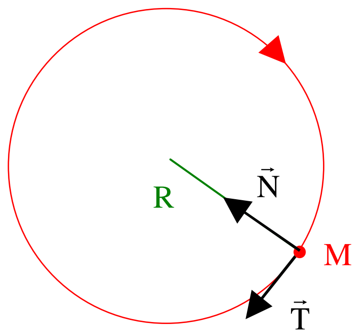
2.1.2 Le repère de Frenet

La courbe décrite par le point M est appelée sa trajectoire. On note « s_M » l'abscisse curviligne du point M ; c'est-à-dire la distance orientée parcourue par M sur sa trajectoire.

Si la trajectoire du point M est un cercle de rayon « R », il est commode d'utiliser un repère mobile pour étudier son mouvement : le repère de Frenet.

Ce repère a pour origine le point M et il est orthonormé. Les vecteurs unitaires de base de ce repère sont notés $\vec{T}$, $\vec{N}$, $\vec{P}_{er}$.

$\vec{T}$ est tangent à la trajectoire, $\vec{N}$ est normal à la trajectoire et $\vec{P}_{er}$ est perpendiculaire au plan ($\vec{T}$, $\vec{N}$).



On montre mathématiquement que :

$$\vec{v}_M = \frac{ds_M}{dt} * \vec{T} \qquad \text{et} \qquad \vec{a}_M = \frac{d^2 s_M}{dt^2} * \vec{T} + \left(\frac{v_M^2}{R}\right) * \vec{N}$$

$\vec{v}_M$: vecteur vitesse du point M ; norme en $m.s^{-1}$
s_M : abscisse curviligne du point M ; en m

$\vec{T}$: vecteur (de norme 1) tangent à la trajectoire au point M
$\vec{a}_M$: vecteur accélération du point M ; norme en $m.s^{-2}$
R : rayon de la trajectoire circulaire du point M ; en m
$\vec{N}$: vecteur (de norme 1) normal à la trajectoire au point M
$\vec{P}_{er}$: vecteur (de norme 1) perpendiculaire au plan ($\vec{T}$, $\vec{N}$)
d^2/dt^2 : opérateur de dérivation seconde par rapport au temps

On peut aussi écrire : $\vec{v}_M = \begin{pmatrix} \frac{ds_M}{dt} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{a}_M = \begin{pmatrix} \frac{d^2 s_M}{dt^2} \\ \frac{v_M^2}{R} \\ 0 \end{pmatrix}$

Le vecteur vitesse $\vec{v}_M$ n'est pas celui « par rapport au repère de Frenet ». En effet, celui-ci serait nul puisque ce repère suit le point dans son mouvement.

Le vecteur vitesse $\vec{v}_M$ n'est défini que par rapport à un référentiel. Une fois ce vecteur défini, par rapport à un référentiel, on peut exprimer ses coordonnées dans n'importe quel repère.

2.1.3 Vecteur accélération de quelques mouvements

a) Mouvement rectiligne

Le mouvement du point M s'effectue le long d'une ligne droite. En orientant convenablement le repère, le mouvement du point M se fait le long de l'axe (O, $\vec{e}_1$) :

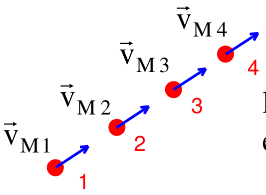
$\overrightarrow{OM} = x_M * \vec{e}_1$ (y_M et z_M sont nuls)

$\vec{v}_M = \frac{dx_M}{dt} * \vec{e}_1$ ($\vec{v}_M$ a même direction que la droite)

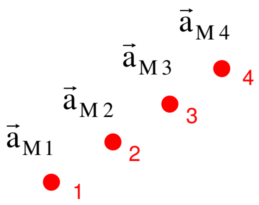
$\vec{a}_M = \frac{dv_M}{dt} * \vec{e}_1$ ($\vec{a}_M$ a même direction que la droite)

b) Mouvement rectiligne uniforme

Le mouvement du point M est uniforme, c'est à dire que la valeur de la vitesse du point M est constante et $a_M = \dfrac{dv_M}{dt} = 0$



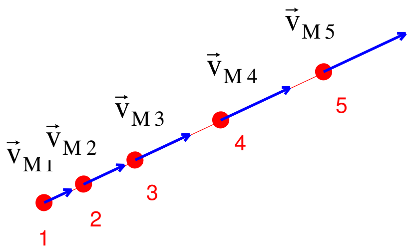
le vecteur vitesse est constant



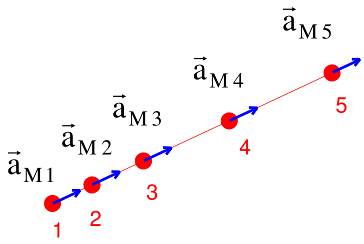
le vecteur accélération est nul

c) Mouvement rectiligne uniformément accéléré

Le mouvement du point M est uniformément accéléré, c'est à dire que la valeur de l'accélération est une constante



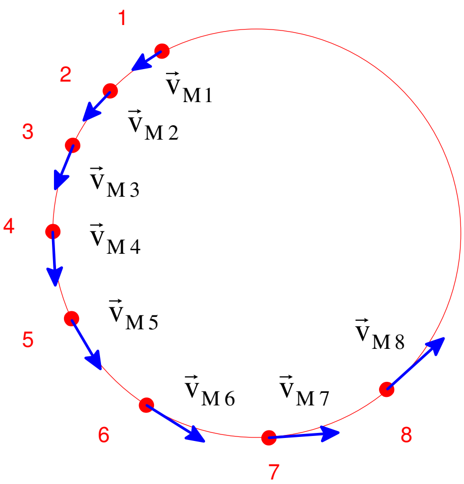
le vecteur vitesse change dans le temps (sa valeur est une fonction affine du temps)

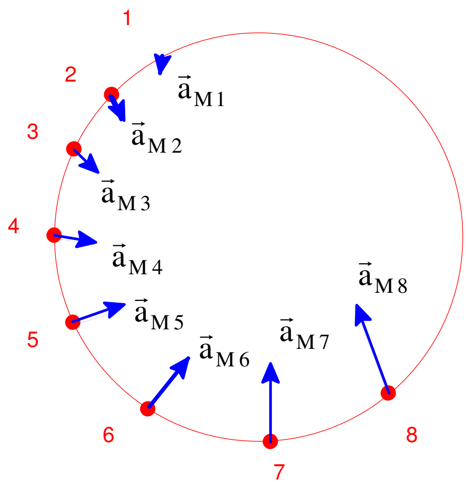


le vecteur accélération est constant

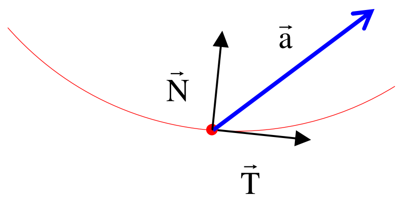
d) Mouvement circulaire

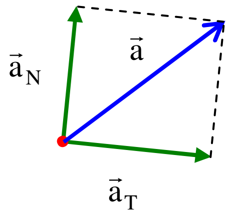
Les vecteurs vitesse et accélération changent dans le temps (valeur et direction).





Le vecteur accélération peut-être décomposé en deux vecteurs dans le repère de Frenet :



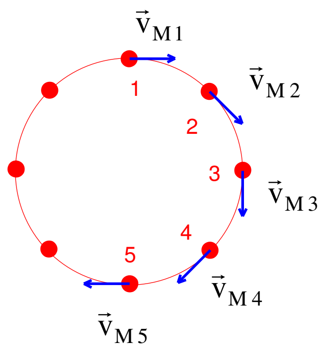


$$\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$$

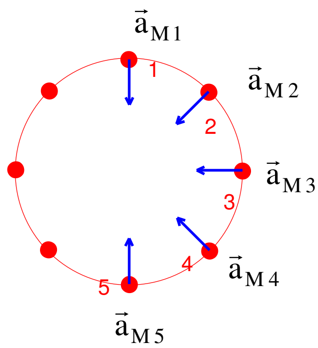
$\vec{a}_T$: accélération tangente à la trajectoire ; norme $a_T = dv / dt$

$\vec{a}_N$: accélération normale ; norme $a_N = v^2 / R$

e) Mouvement circulaire uniforme



le vecteur vitesse change dans le temps (sa valeur est constante mais sa direction change)



le vecteur accélération a la direction du rayon de la trajectoire et sa valeur est donnée par la relation : $a_M = v_M^2 / R$.

2.2 Actions et mouvement

2.2.1 Centre de masse d'un système

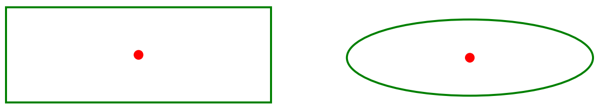
Tout système possède un point unique :

- dans lequel toute sa masse est concentrée
- dont la position, la vitesse et l'accélération sont identiques à celles du système

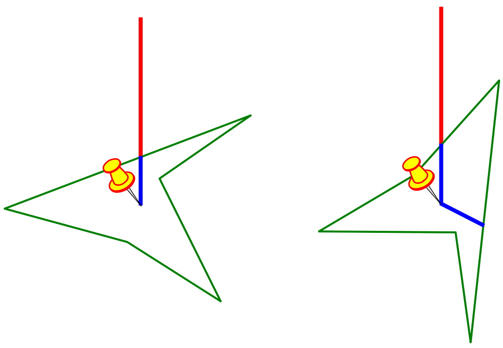
Des formules mathématiques permettent de calculer sa position (qui est celle du barycentre des masses).

Si le système est homogène et possède des symétries, on peut déterminer sans calcul la position du centre de masse.

Exemples



la masse du système est également répartie dans toutes les directions autour de son centre de masse



pour un objet quelconque, on le suspend par un fil à partir d'un bord et on dessine la direction du fil. On recommence la même opération pour un autre bord. Le centre de masse est au croisement des deux droites.

2.2.2 Référentiel galiléen

C'est un référentiel dans lequel le principe d'inertie est vérifié expérimentalement.

Principe d'inertie (vu en 2nd) :

Tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme (le vecteur vitesse est constant) si les forces qui s'exercent sur lui se compensent (ou s'il n'est soumis à aucune force) et réciproquement.

Les référentiels terrestre et géocentrique ne sont pas galiléens. Néanmoins, l'expérience montre que :

- dans le référentiel terrestre et pour les mouvements de courte durée (quelques secondes ; quelques mètres) réalisés sur Terre

- dans le référentiel géocentrique et pour les mouvements de la Lune et des satellites artificiels

... ils peuvent être considérés comme galiléens.

2.2.3 Deuxième loi de Newton

Dans un référentiel galiléen, les changements dans le mouvement d'un système sont proportionnels à la somme des forces extérieures qui s'exercent sur le système :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m * \vec{a}$$

Σ : symbole mathématique de la somme

$\vec{F}_{ext}$: force extérieure appliquée au système ; norme en N

m : masse du système ; en kg

$\vec{a}$: vecteur accélération du système ; norme en $m.s^{-2}$

2.2.4 Equilibre d'un système

Un système est en équilibre mécanique si $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$.

« $\vec{a} = \vec{0}$ » signifie qu'il n'y a pas de « changement » dans le mouvement et deux cas sont possibles :

- le système possède un mouvement rectiligne (pas de changement de direction) et uniforme (pas de changement de la valeur de la vitesse)
- le système est immobile

2.2.5 Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

Hypothèses simplificatrices

Pour un mouvement de courte durée à la surface de la Terre :

a) le référentiel terrestre peut être considéré galiléen

b) le champ de pesanteur de la Terre peut être considéré uniforme

Si on néglige la poussée d'Archimède et les forces de frottement sur le système :

c) le système est en chute libre

<u>Conséquences</u>

a) on peut appliquer la deuxième loi de Newton au système

$$\sum \vec{F}_{ext} = m * \vec{a}$$

c) la seule force extérieure qui s'exerce sur le système est son poids

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P}$$

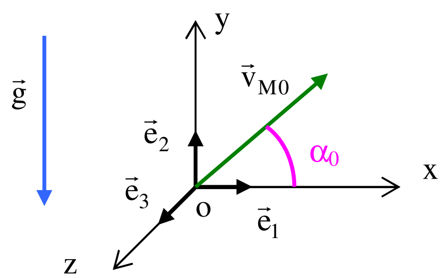
b) le champ de pesanteur est constant sur toute la trajectoire

$$\vec{P} = m * \vec{g}$$

On en déduit $\vec{g} = \vec{a}$ (1)

2.2.5.1 <u>Equations horaires du mouvement</u>

A l'instant initial, le vecteur vitesse « $\vec{v}_0$ » du système fait un angle « α_0 » avec l'horizontale.



on choisit un repère d'étude $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ tel que son origine O coïncide avec la position du centre de masse M du système à l'instant initial :

$$\overrightarrow{OM_0} = \begin{pmatrix} x_{M0} \\ y_{M0} \\ z_{M0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

En orientant convenablement ce repère, le vecteur vitesse initiale est contenu dans le plan $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$:

$$\vec{v}_{M0} = \begin{pmatrix} v_{M0x} \\ v_{M0Y} \\ v_{M0z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{M0}.\cos(\alpha_0) \\ v_{M0}.\sin(\alpha_0) \\ 0 \end{pmatrix}$$

L'équation (1) peut être intégrée deux fois :

$$\begin{pmatrix} a_{Mx} \\ a_{My} \\ a_{Mz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} v_{Mx} \\ v_{My} \\ v_{Mz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ -g.t + B \\ C \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A.t + A' \\ -\frac{1}{2}.g.t^2 + B.t + B' \\ C.t + C' \end{pmatrix}$$

A, A', B, B', C, C' sont des constantes qui dépendent des conditions initiales :

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{M0}.\cos(\alpha_0) \\ v_{M0}.\sin(\alpha_0) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} A' \\ B' \\ C' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Equations horaires du mouvement du centre de masse M :

$$\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{M0}.\cos(\alpha_0).t \\ -\frac{1}{2}.g.t^2 + v_{M0}.\sin(\alpha_0).t \\ 0 \end{pmatrix}$$

Remarque — la coordonnée z_M du centre de masse est toujours nulle : le mouvement s'effectue dans le plan $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

2.2.5.2 Equation de la trajectoire

On souhaite exprimer y_M en fonction de x_M en utilisant les équations horaires du mouvement du centre de masse M :

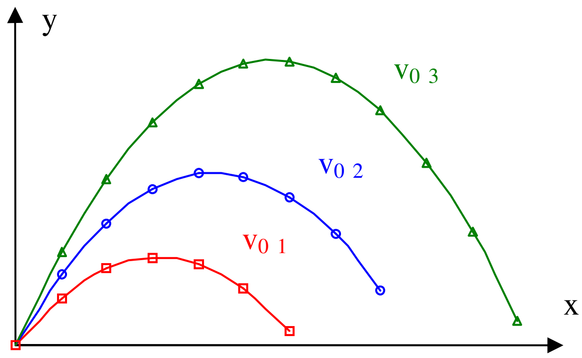
$$x_M = v_{M0}.\cos(\alpha_0).t \qquad \rightarrow \qquad t = \frac{x_M}{v_{M0}.\cos(\alpha_0)}$$

On remplace « t » par l'expression ci-dessus dans l'équation horaire de y_M :

$$y_M = -\frac{1}{2}.g.\left(\frac{x_M}{v_{M0}.\cos(\alpha_0)}\right)^2 + v_{M0}.\sin(\alpha_0).\frac{x_M}{v_{M0}.\cos(\alpha_0)}$$

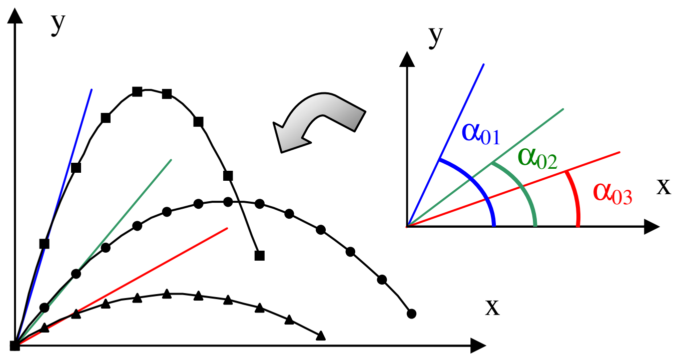
$$y_M = \frac{-g}{2.v_{M0}^2.\cos^2(\alpha_0)}.x_M^2 + \tan(\alpha_0).x_M$$

Applications



influence de la valeur de la vitesse initiale « v_{M0} » sur la trajectoire du système

$v_{M0\ 1} < v_{M0\ 2} < v_{M0\ 3}$ (α_0 est constant)

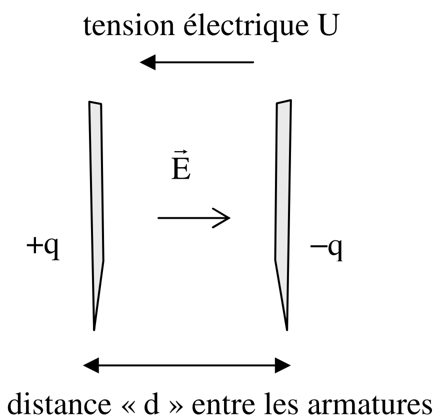


influence de l'angle de tir « α_0 » sur la trajectoire du système

$\alpha_{01} > \alpha_{02} > \alpha_{03}$ (v_{M0} est constant)

2.2.6 Champ électrique créé par un condensateur plan

Les charges de signes opposés sur les armatures d'un condensateur induisent l'existence d'un champ électrique $\vec{E}$ uniforme entre ses armatures.



caractéristiques du champ électrostatique $\vec{E}$ entre les armatures :

- direction : perpendiculaire aux armatures
- sens : de l'armature (+) vers l'armature (–)
- norme : E = U / d

Placée entre les armatures du condensateur chargé, une particule de charge « q » subit une force :

$$\vec{F}_e = q * \vec{E}$$

$\vec{F}_e$: vecteur force électrostatique ; norme en N
q : charge de la particule ; en C
$\vec{E}$: vecteur champ électrostatique ; norme en $V.m^{-1}$

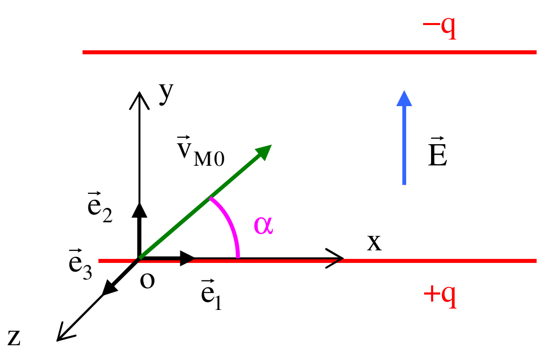
2.2.7 Mouvement dans un champ électrique uniforme

Hypothèses simplificatrices

a) pour un mouvement de courte durée entre les armatures d'un condensateur le référentiel terrestre peut être considéré galiléen

b) le champ électrique est uniforme entre les armatures du condensateur

c) le système étudié est une particule, de charge électrique « q » et de masse « m » qui circule dans le vide



on choisit un repère d'étude $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ tel que l'origine O coïncide avec la position de la particule à l'instant initial.

En orientant convenablement ce repère, le vecteur vitesse initiale est contenu dans le plan $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$:

Conséquences

a) on peut appliquer la deuxième loi de Newton au système

$$\sum \vec{F}_{ext} = m * \vec{a}$$

c) la seule force extérieure qui s'exerce sur le système est la force électrostatique (on néglige le poids et les frottements)

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_e$$

b) le champ électrique est constant sur toute la trajectoire

$$\vec{F}_e = q * \vec{E}$$

On en déduit $$\frac{q * \vec{E}}{m} = \vec{a} \qquad (2)$$

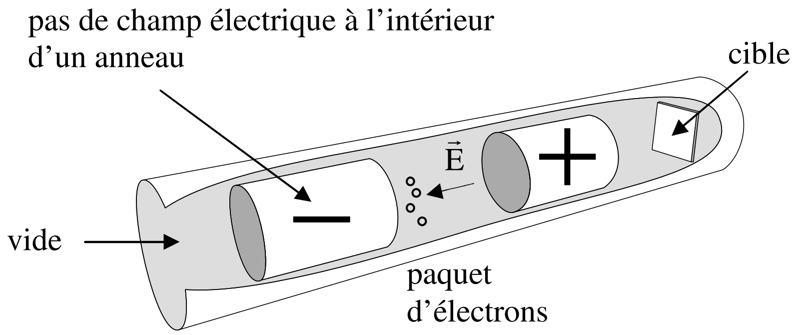
Equations horaires du mouvement

La démarche de résolution est la même que dans le cas du mouvement dans un champ de pesanteur uniforme :

$$\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{M0}.\cos(\alpha_0).t \\ \frac{q.E}{2.m}.t^2 + v_{M0}.\sin(\alpha_0).t \\ 0 \end{pmatrix}$$

Remarque on prendra garde au sens du champ électrique dont dépend le signe du facteur (q.E/2.m) devant t^2.

2.2.8 Accélérateur linéaire de particules chargées



les particules accélérées sont en général des ions ou des électrons. Un champ électrique entre deux anneaux sert à accélérer les particules chargées. Les particules voyagent sous vide en ligne droite. Au moment de frapper la cible, les particules ont une très grande énergie ce qui permet de produire des réactions avec la matière.

Aspect énergétique

Théorème de l'énergie cinétique appliqué à une particule, de charge électrique « q » et de masse « m », qui circule dans le vide entre deux anneaux A et B :

$$\sum W_{AB}(\vec{F}_{ext}) = \Delta Ec$$

La seule force extérieure qui s'exerce sur la particule est la force électrostatique (on néglige le poids et les frottements) :

$$\sum W_{AB}(\vec{F}_{ext}) = W_{AB}(\vec{F}_e) = F_e * AB * \cos(\theta)$$

La particule va en ligne droite de A vers B ($\theta = 0°$) :
$\sum W_{AB}(\vec{F}_{ext}) = F_e * AB * \cos(0°) = F_e * AB$

La particule, de charge « q », subit une force dans le champ électrique entre deux anneaux ($\vec{F}_e = q * \vec{E}$) :
$\sum W_{AB}(\vec{F}_{ext}) = q * E * AB$

Le champ électrostatique dépend de la tension électrique entre les deux anneaux ($E = U / AB$) :
$\sum W_{AB}(\vec{F}_{ext}) = q * U$

On en déduit : $\Delta Ec = q * U$

2.2.9 Mouvement dans un champ de gravitation

2.2.9.1 Mouvement des satellites et des planètes

On va étudier le mouvement d'un système « S » tournant autour d'un astre « A ».

Exemples une planète qui tourne autour du Soleil
un satellite qui tourne autour d'une planète

Hypothèses simplificatrices

a) le référentiel est un observateur placé au centre de l'astre et des axes de coordonnées pointent vers des étoiles lointaines (c'est à dire pratiquement fixes). Il est considéré galiléen
b) la seule force s'exerçant sur le système est la force de gravitation exercée par l'astre.
c) la trajectoire du système est un cercle de rayon R

Conséquences

a) on peut appliquer la deuxième loi de Newton au système

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_S * \vec{a}_S$$

b) on a vu en 1ère l'expression vectorielle de la force de gravitation (AS est la distance entre l'Astre et le Système)

$$\sum \vec{F}_{ext} = G * \frac{m_A * m_S}{AS^2} * \vec{u}_{SA}$$

c) la distance AS est égale au rayon de l'orbite circulaire du système

$$\sum \vec{F}_{ext} = G * \frac{m_A * m_S}{R^2} * \vec{u}_{SA}$$

On en déduit : $\vec{a}_S = G * \frac{m_A}{R^2} * \vec{u}_{SA}$ (3)

G : constante de gravitation ; $G = 6{,}67.10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

R : rayon de l'orbite circulaire du système autour de son astre (ou distance entre les centres de masse du Système et de l'Astre) ; en m

m_A : masse de l'astre ; en kg

$\vec{u}_{SA}$: vecteur unitaire orienté de S vers A ; norme sans unité

2.2.9.2 Caractéristiques du vecteur accélération

L'équation (3) montre que l'accélération du système en orbite circulaire autour de l'astre est normale, dirigée vers le centre de l'astre et indépendante de la masse du système.

2.2.9.3 Caractéristiques du vecteur vitesse

Comparons la norme de l'accélération donnée par la relation (3) avec la valeur obtenue lors de l'étude d'un mouvement circulaire uniforme :

$$a_S = G * \frac{M_A}{R^2} \qquad \text{et} \qquad a_S = \frac{v_S^2}{R}$$

On en déduit :

$$v_S^2 = G * \frac{M_A}{R}$$

La vitesse du système en orbite circulaire autour de l'astre n'est fonction que de son altitude (elle ne dépend pas de sa masse). Elle augmente quand l'altitude diminue.

2.2.9.4 Période de révolution

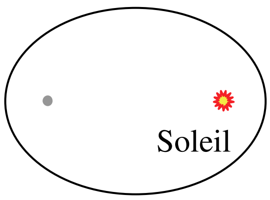
La période de révolution « T » est la durée nécessaire au système pour parcourir son orbite (faire un tour).

La longueur du périmètre de l'orbite circulaire ($L = 2 * \pi * R$) est parcourue par le système à vitesse constante.

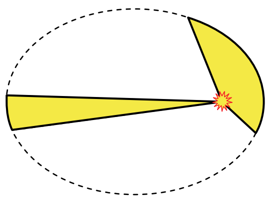
$$T = \frac{L}{v_S} = \frac{2*\pi*R}{v_S} = 2 * \pi * R * \sqrt{\frac{R}{G*M_A}} = 2 * \pi * \sqrt{\frac{R^3}{G*M_A}}$$

2.2.9.5 Les lois de Kepler

1ère loi (loi des trajectoires) dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une ellipse dont le soleil est l'un des foyers.

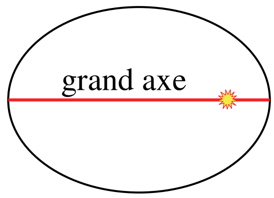


2ème loi (loi des aires) le segment de droite reliant le soleil à une planète balaie des aires égales pendant des durées égales.



les planètes se déplacent plus rapidement lorsqu'elles sont proches du soleil et plus lentement lorsqu'elles en sont plus éloignées

3ème loi (loi des périodes) pour toute planète du système solaire, le rapport entre le carré de la période de révolution et le cube du demi grand axe est le même :



$$\frac{T^2}{a^3} = C$$

« C » est appelée constante de la loi des aires. Elle ne dépend pas de la planète considérée.

2.2.9.6 3ème loi de Kepler dans le cas du mouvement circulaire

On a vu précédemment que la période de révolution d'un système tournant autour de son astre est :

$$T = 2 * \pi * \sqrt{\frac{R^3}{G * M_A}}$$

$$\rightarrow \quad T^2 = 4 * \pi^2 * \frac{R^3}{G * M_A} \quad \rightarrow \quad \frac{T^2}{R^3} = 4 * \pi^2 * \frac{1}{G * M_A}$$

On retrouve la 3ème loi de Kepler pour une orbite circulaire :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4 * \pi^2}{G * M_A} \qquad \left(C = \frac{4 * \pi^2}{G * M_A} \right)$$

T : période de révolution du système (durée nécessaire au système pour parcourir son orbite) ; en s

R : rayon de l'orbite du système (équivalent au demi grand axe pour un mouvement elliptique) ; en m

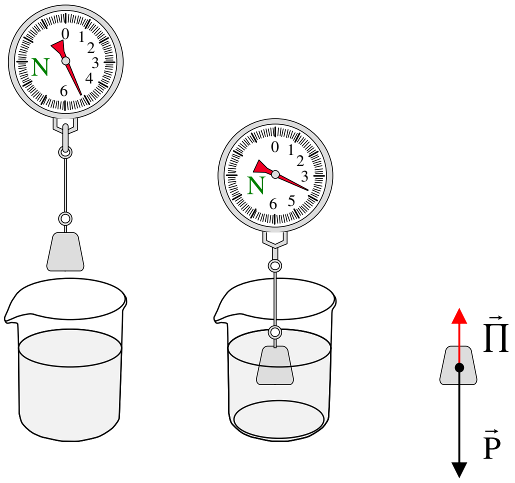
G : constante de gravitation ; $G = 6{,}67.10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

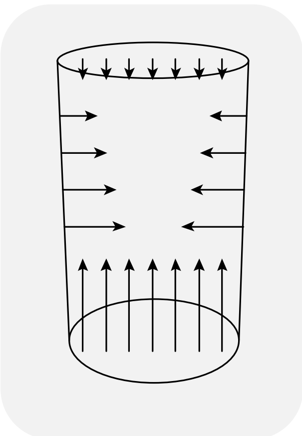
M_A : masse de l'astre ; en kg

2.3 Modéliser l'écoulement d'un fluide

2.3.1 Poussée d'Archimède

La poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ est une force qui s'exerce sur un corps entièrement ou partiellement immergé dans un fluide au repos. Elle est verticale et orienté vers le haut.





la pression dans un fluide augmente avec la profondeur.
Cette pression est responsable de l'apparition de forces sur les parois du cylindre.
Les forces de pression qui agissent sur les parois verticales du cylindre se compensent exactement.
Les forces de pression qui agissent sur la paroi horizontale supérieure sont plus petites que les forces de pression qui agissent sur la paroi horizontale inférieure.
Il en résulte une force globalement verticale et orientée vers le haut.

La poussée d'Archimède s'applique au centre de masse du fluide déplacé et a pour expression dans un fluide homogène :

$$\vec{\Pi} = - \rho * V * \vec{g}$$

$\vec{\Pi}$: poussée d'Archimède sur un corps immergé ; norme en N
ρ : masse volumique du fluide ; en $kg.m^{-3}$
V : volume de fluide déplacé par le corps ; en m^3
$\vec{g}$: champ de pesanteur ; norme en $m.s^{-2}$

2.3.2 Écoulement d'un fluide en régime permanent

2.3.2.1 Régime permanent

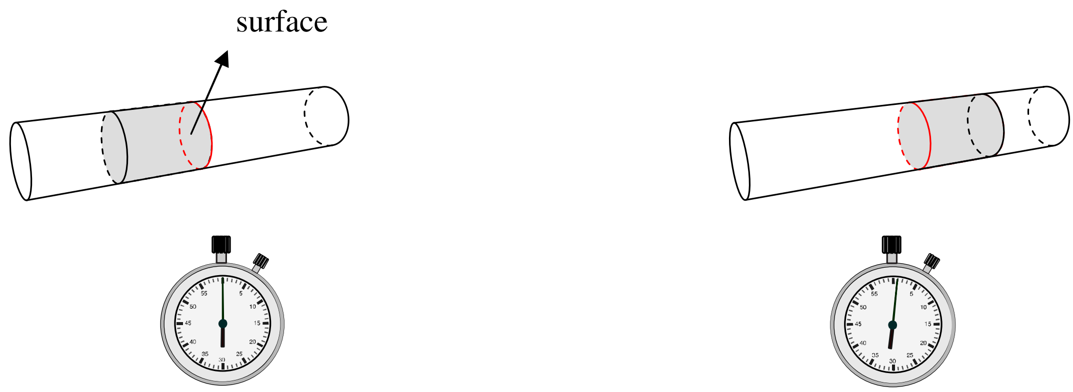
En régime permanent, une grandeur physique reste constante (elle est indépendante du temps).

2.3.2.2 Débit volumique

Le débit volumique d'un fluide « D_v » mesure le volume de liquide « dV » qui traverse une surface durant l'intervalle de temps « dt ».

$$D_v = \frac{dV}{dt} = S * v$$

D_v : débit volumique du fluide ; en $m^3.s^{-1}$
dV : volume de fluide qui traverse la surface ; en m^3
dt : durée d'observation ; en s
S : surface traversée par le fluide ; en m^2
v : vitesse du fluide quand il traverse la surface ; en $m.s^{-1}$



2.3.2.3 Fluide incompressible

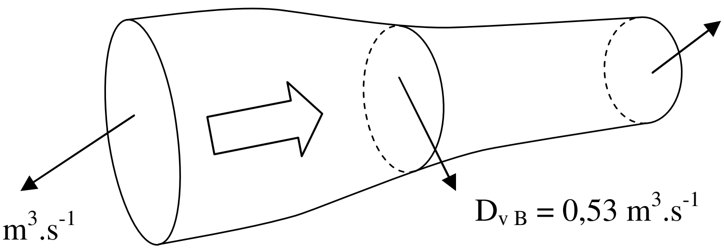
Un fluide est incompressible si sa masse volumique « ρ » est la même en tout point du fluide.

En pratique, les liquides sont des fluides incompressibles.

2.3.2.4 Conservation du débit volumique d'un fluide incompressible

Pour un fluide incompressible, le débit volumique est identique en toute section d'un tube.

Exemple



seule la vitesse du fluide varie.
Elle augmente quand la surface diminue et inversement

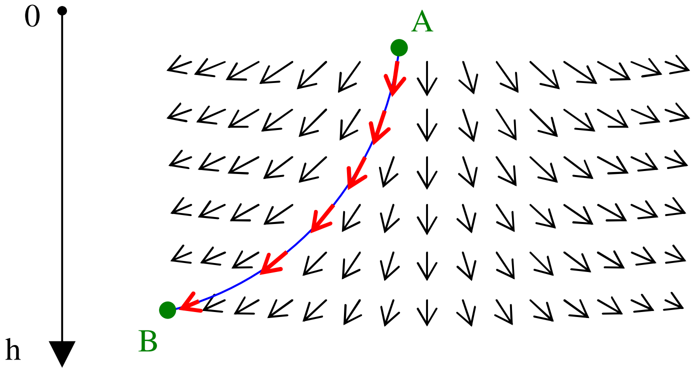
2.3.2.5 Relation de Bernouilli

A et B sont deux points d'une ligne de courant* dans un fluide parfait** et incompressible en mouvement en régime permanent. La relation de Bernouilli est :

$$P_A - P_B = \rho * g * (h_A - h_B) - \frac{1}{2} * \rho * (v_A{}^2 - v_B{}^2)$$

* une ligne de courant est une courbe tangente aux vecteurs vitesse des particules*** du fluide
** dans un fluide parfait il n'y a pas de frottements
*** une particule du fluide est un volume de fluide suffisamment petit pour être considéré comme ponctuel mais suffisamment grand pour être considéré comme continu (on ne peut pas distinguer les molécules)

P : pression ; en Pa
ρ : masse volumique ; en $kg.m^{-3}$
g : pesanteur sur Terre ; $g = 9{,}80\ N.kg^{-1}$ (ou $m.s^{-2}$)
h : profondeur dans le fluide ; en m
v : valeur du vecteur vitesse du fluide ; en $m.s^{-1}$



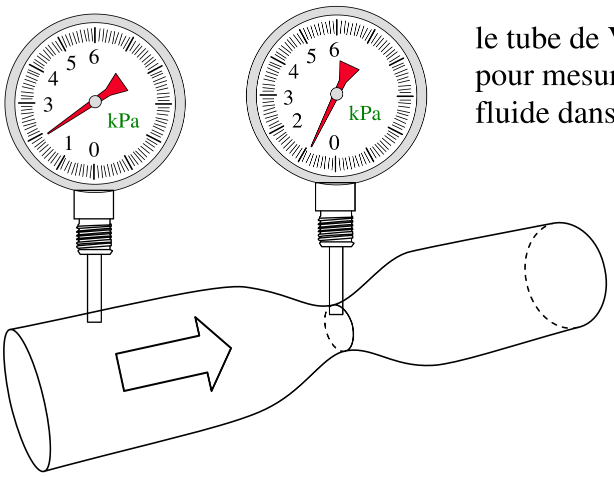
champ des vitesses des particules du fluide.
Une ligne de courant est mise en évidence

2.3.2.6 Effet Venturi

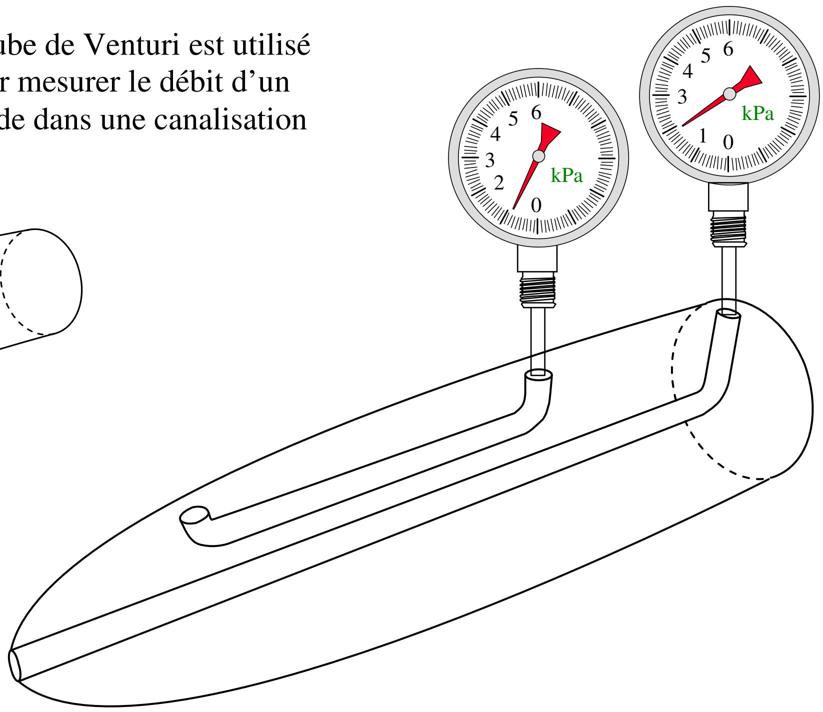
A profondeur constante, si la surface de passage d'un fluide diminue (un rétrécissement) alors le fluide accélère* et sa pression diminue**.

* le débit volumique « D_v » est constant et la surface « S » de passage du fluide diminue alors la vitesse du fluide « v » (= D_v / S) augmente
** la relation de Venturi ($P - \rho.g.h + ½.\rho.v^2 = const$) montre que si la vitesse du fluide « v » augmente alors la pression « P » diminue (la profondeur « h » étant constante)

Applications



le tube de Venturi est utilisé pour mesurer le débit d'un fluide dans une canalisation



le tube de Pitot permet de mesurer la vitesse d'un bateau par rapport à l'eau dans laquelle il évolue