Vol d'une montgolfière

Une montgolfière est un moyen de transport aérien constitué d'une nacelle pouvant contenir des passagers. Au-dessus de la nacelle, se trouvent :

- une enveloppe en nylon appelée le ballon dont on considère le volume constant
- un brûleur permettant de réaliser la combustion de propane dans le dioxygène de l'air ; ce propane est stocké dans des bonbonnes transportées dans la nacelle

De nombreuses sorties sont proposées, d'une durée moyenne d'une heure. Une voiture est contrainte de suivre au sol la montgolfière pour récupérer les passagers et le matériel lors de l'atterrissage. En effet, le lieu d'atterrissage ne peut pas être connu de façon sûre au moment du départ : il est dépendant des conditions météorologiques.

Les objectifs de cet exercice sont :

- de déterminer la masse totale qu'il est possible d'embarquer dans la montgolfière
- de trouver l'autonomie de vol maximale possible avec la montgolfière

On étudie dans cet exercice une enveloppe en nylon de modèle « M-77 » de 0,1 mm d'épaisseur, de volume $V = 2\ 200\ m^3$, à laquelle on accroche une nacelle de modèle « C-1 », de masse m (nacelle) = 56 kg. La nacelle est capable d'embarquer jusqu'à trois personnes ainsi que quatre bonbonnes pesant chacune 40 kg et contenant 20 kg de propane chacune.

Données

- intensité de la pesanteur terrestre : $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$
- surface de l'enveloppe du ballon : $S = 847\ m^2$
- masse par unité de surface de l'enveloppe en nylon : $\varphi_{nylon} = 65\ g.m^{-2}$
- constante du gaz parfait : $R = 8{,}314\ J.mol^{-1}.K^{-1}$
- masse molaire de l'air : $M_{air} = 29{,}0\ g.mol^{-1}$

1 Détermination de la masse totale qu'il est possible d'embarquer dans la montgolfière

Au cours d'un vol, la montgolfière se trouve à une altitude de 1,5 km. On considère que la pression p à l'intérieur du ballon est égale à la pression à l'extérieur du ballon. La figure 1 présente l'évolution de la pression de l'air en fonction de l'altitude. L'air est considéré comme un gaz parfait.
Le brûleur n'est pas actionné au moment où on étudie le système.

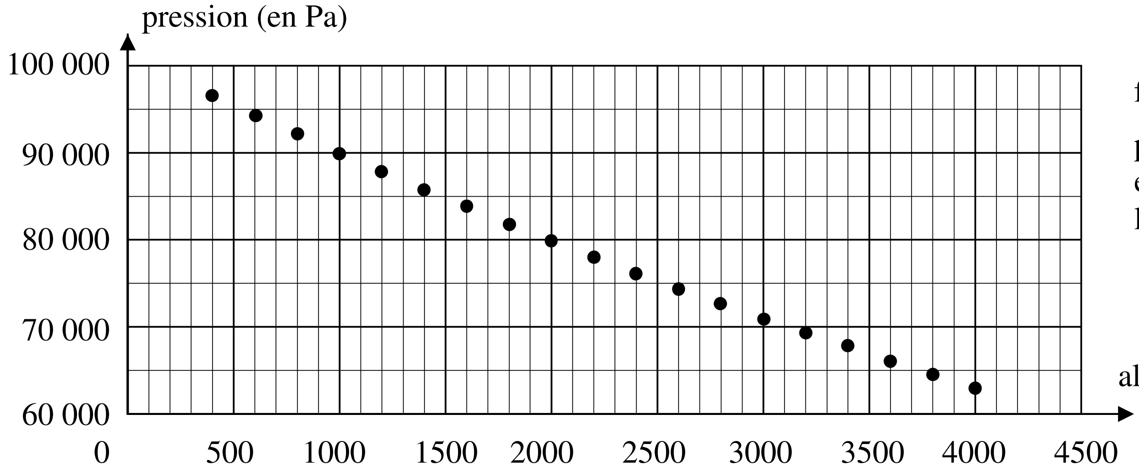


figure 1

pression de l'air en fonction de l'altitude

1.1 Etude du système « ballon »

1.1.1 A l'aide de l'équation d'état du gaz parfait, exprimer la masse volumique de l'air contenu dans le ballon ρ_{int} en fonction de la pression p, M_{air}, R et T, la température de l'air contenu dans le ballon.

1.1.2 Montrer que la valeur de la masse volumique de l'air contenu dans le ballon ρ_{int} lorsque le ballon est à une altitude de 1,5 km est de l'ordre de 0,8 kg.m^{-3}. On suppose que la température de l'air à l'intérieur du ballon à l'instant où on étudie le système est à 373 K.

1.2 Etude du système « montgolfière »

On suit le déplacement du centre de masse G de la montgolfière. On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni d'un repère d'espace (O, $\vec{i}$, $\vec{k}$) présenté sur la figure 2. L'origine au point O est au niveau du sol, au point de décollage de la montgolfière.

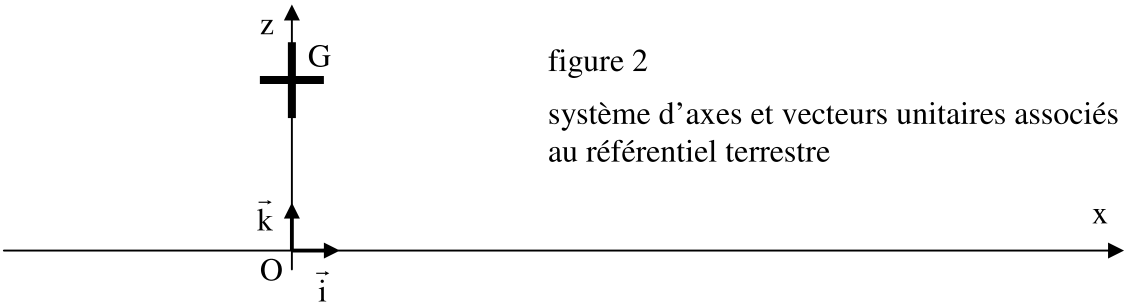


figure 2

système d'axes et vecteurs unitaires associés au référentiel terrestre

On considère qu'il s'exerce seulement deux forces sur le système {montgolfière} composé de la nacelle, de son chargement et du ballon :
- le poids $\vec{P}$
- la poussée d'Archimède qui modélise l'action de l'air sur le ballon : $\vec{P}_A = \rho_{ext} * V * g * \vec{k}$ où ρ_{ext} représente la masse volumique de l'air extérieur et V représente le volume total de la montgolfière, dont on considère qu'il est égal au volume du ballon.

On considère que la masse d'air présente dans le ballon est constante et que la montgolfière, de masse totale m, reste immobile. A la température locale et à l'altitude du vol de 1,5 km, la masse volumique de l'air extérieur au ballon vaut 1,06 kg.m^{-3} tandis que la masse volumique de l'air à l'intérieur du ballon vaut 0,80 kg.m^{-3}.

1.2.1 Représenter les deux forces s'exerçant sur la montgolfière dans le cas où elle est immobile dans le référentiel terrestre, sans souci d'échelle en utilisant le système d'axes de la figure 2. Justifier.

1.2.2 Donner l'expression vectorielle du poids $\vec{P}$ de la montgolfière.

1.2.3 Etablir l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$ en fonction de g, m et $\vec{k}$.

1.2.4 En déduire la masse totale embarquée dans la nacelle à cette altitude. Commenter.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

2 Détermination de l'autonomie maximale de vol de la montgolfière

En réalité, la montgolfière ne reste pas à une altitude constante. Son altitude varie autour d'une altitude moyenne, au gré de l'actionnement du brûleur par le pilote. L'utilisation du brûleur est nécessaire pour maintenir une altitude moyenne constante.
On considère que la montgolfière est en vol, stabilisée à une altitude moyenne de 1,5 km. La température extérieure est T_{ext} = 278 K au cours d'un vol.
On cherche à établir le bilan énergétique entre le système {air à l'intérieur de l'enveloppe + enveloppe} et le milieu extérieur.

2.1 Nommer les trois modes de transferts thermiques. Caractériser qualitativement ces trois modes.

La figure 3 présente les transferts thermiques qui ont lieu entre le système {ballon} et le milieu extérieur. On rappelle que le ballon représente l'enveloppe en nylon et l'air contenu à l'intérieur. En régime stationnaire, la montgolfière est en équilibre thermique.

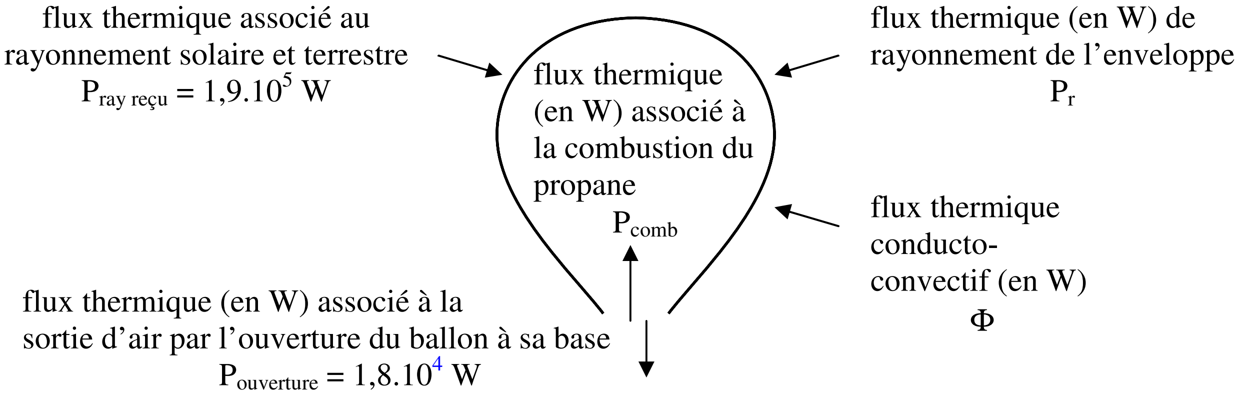


figure 3

bilan de puissance du système

2.2 A l'aide de la figure 3, établir une relation littérale entre les flux thermiques impliqués pour le système lorsque la montgolfière est à l'équilibre thermique.

Une partie du transfert thermique a lieu sous forme de rayonnement de l'enveloppe vers le milieu extérieur.
Le calcul du flux thermique rayonné se fait grâce à la relation de Stefan-Boltzmann : $P_r = \varepsilon * \sigma * S * T^4$
avec :
- P_r le flux thermique rayonné
- ε le coefficient d'émissivité constant sans unité, pour l'enveloppe du ballon : $\varepsilon = 0{,}87$
- σ la constante de Stefan : $\sigma = 5{,}67.10^{-8}$ W.m^{-2}.K^{-4}
- S la surface de l'enveloppe
- T la température de surface de l'enveloppe en K

De plus, les mouvements de l'air extérieur le long de l'enveloppe sont à l'origine d'un flux thermique transféré vers l'extérieur par un phénomène de conducto-convection que l'on peut calculer grâce à la relation suivante :

$$\Phi = \frac{\Delta T}{R_{th}}$$

- Φ représente le flux thermique perdu par le système par conducto-convection en W
- ΔT représente la différence de température entre l'enveloppe et le milieu extérieur en K
- R_{th} représente la résistance thermique associée au flux thermique entre l'enveloppe et le milieu extérieur : $R_{th} = 3{,}5.10^{-4}$ K.W^{-1}.

D'après l'étude, dans ces conditions, la température de l'enveloppe vaut T = 325 K, température intermédiaire entre celle de l'air à l'intérieur du ballon et celle de l'air à l'extérieur du ballon.

2.3 Calculer le flux thermique par rayonnement P_r émis par l'enveloppe vers le milieu extérieur.

2.4 Calculer le flux conducto-convectif Φ.

2.5 En déduire que la valeur du flux thermique P_{comb} associé à la combustion du propane en régime de croisière est de l'ordre de 4.10^5 W.

Le flux thermique associé à la combustion du propane n'est pas libéré de façon continue. En effet, la combustion du propane n'a lieu que lorsque le brûleur fonctionne. L'énergie de combustion massique du propane est : $E_{comb} = 46{,}4$ MJ.kg^{-1}.

Le pilote actionne le brûleur pendant une durée t selon le fonctionnement décrit sur la figure 4. Lorsque le brûleur est en fonctionnement, 68 grammes de propane sont brûlés chaque seconde.

2.6 Montrer que le flux thermique associé à la combustion du propane lorsque le brûleur est en fonctionnement est de l'ordre de 3.10^6 W.

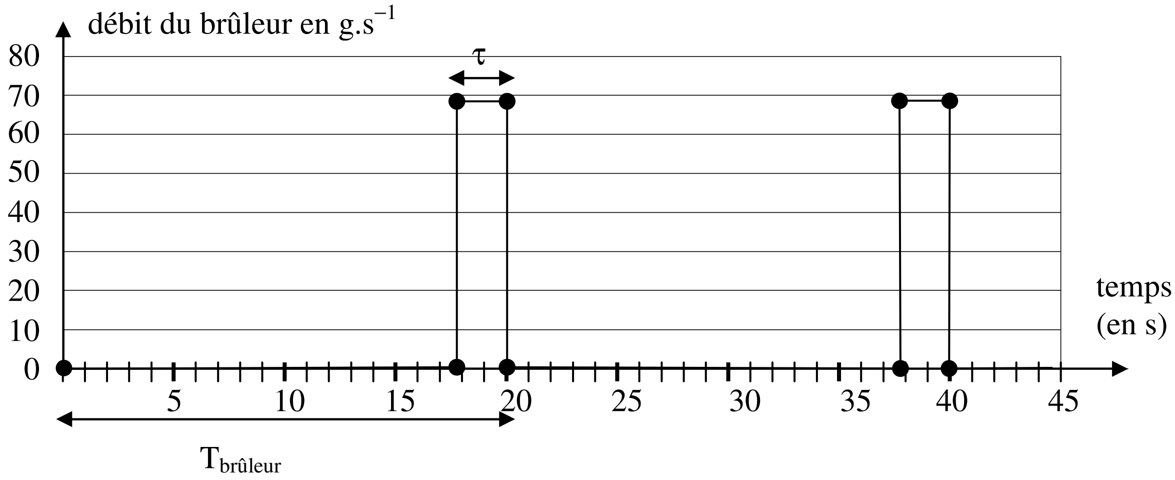


figure 4

débit de sortie du propane du brûleur en fonction du temps

2.7 Dans les conditions de l'étude, déterminer la durée maximale de vol qu'il est possible de réaliser à l'aide du propane embarqué dans la montgolfière. Commenter.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Corrigé

Vol d'une montgolfière

Une montgolfière est un moyen de transport aérien constitué d'une nacelle pouvant contenir des passagers. Au-dessus de la nacelle, se trouvent :

- une enveloppe en nylon appelée le ballon dont on considère le volume constant
- un brûleur permettant de réaliser la combustion de propane dans le dioxygène de l'air ; ce propane est stocké dans des bonbonnes transportées dans la nacelle

De nombreuses sorties sont proposées, d'une durée moyenne d'une heure. Une voiture est contrainte de suivre au sol la montgolfière pour récupérer les passagers et le matériel lors de l'atterrissage. En effet, le lieu d'atterrissage ne peut pas être connu de façon sûre au moment du départ : il est dépendant des conditions météorologiques.

Les objectifs de cet exercice sont :

- de déterminer la masse totale qu'il est possible d'embarquer dans la montgolfière
- de trouver l'autonomie de vol maximale possible avec la montgolfière

On étudie dans cet exercice une enveloppe en nylon de modèle « M-77 » de 0,1 mm d'épaisseur, de volume V = 2 200 m^3, à laquelle on accroche une nacelle de modèle « C-1 », de masse m (nacelle) = 56 kg. La nacelle est capable d'embarquer jusqu'à trois personnes ainsi que quatre bonbonnes pesant chacune 40 kg et contenant 20 kg de propane chacune.

Données

- intensité de la pesanteur terrestre : $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$
- surface de l'enveloppe du ballon : $S = 847\ m^2$
- masse par unité de surface de l'enveloppe en nylon : $\varphi_{nylon} = 65\ g.m^{-2}$
- constante du gaz parfait : $R = 8{,}314\ J.mol^{-1}.K^{-1}$
- masse molaire de l'air : $M_{air} = 29{,}0\ g.mol^{-1}$

1 Détermination de la masse totale qu'il est possible d'embarquer dans la montgolfière

Au cours d'un vol, la montgolfière se trouve à une altitude de 1,5 km. On considère que la pression p à l'intérieur du ballon est égale à la pression à l'extérieur du ballon. La figure 1 présente l'évolution de la pression de l'air en fonction de l'altitude. L'air est considéré comme un gaz parfait.
Le brûleur n'est pas actionné au moment où on étudie le système.

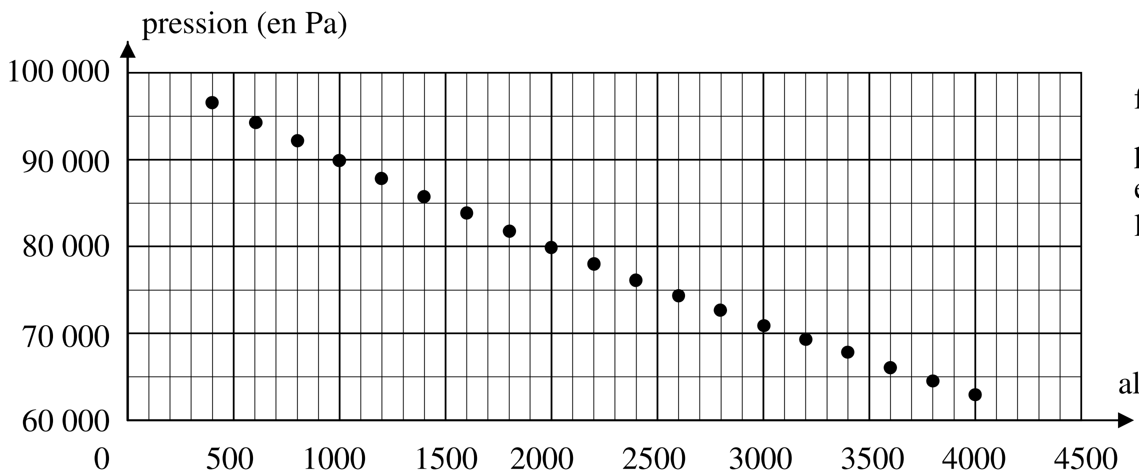


figure 1

pression de l'air en fonction de l'altitude

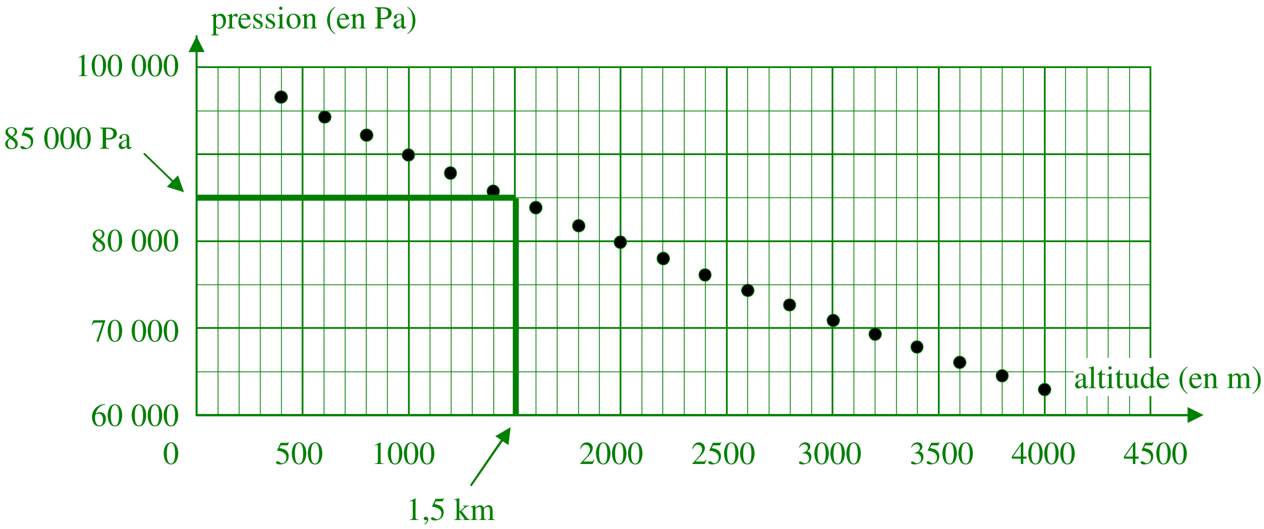
1.1 Etude du système « ballon »

1.1.1 A l'aide de l'équation d'état du gaz parfait, exprimer la masse volumique de l'air contenu dans le ballon ρ_{int} en fonction de la pression p, M_{air}, R et T, la température de l'air contenu dans le ballon.

l'équation d'état du gaz parfait : $n = \frac{p*V}{R*T}$

$\rho_{int} = \frac{m(air)}{V} = \frac{n(air)*M_{air}}{V} = \frac{p*V*M_{air}}{R*T*V} = \frac{p*M_{air}}{R*T}$

1.1.2 Montrer que la valeur de la masse volumique de l'air contenu dans le ballon ρ_{int} lorsque le ballon est à une altitude de 1,5 km est de l'ordre de 0,8 $kg.m^{-3}$. On suppose que la température de l'air à l'intérieur du ballon à l'instant où on étudie le système est à 373 K.



dans cette équation de la physique, toutes les grandeurs doivent être exprimées dans les unités du système international (kg, m, s, K, ...)

$\rho_{int} = \frac{p*M_{air}}{R*T} = \frac{85\,000*29{,}0.10^{-3}}{8{,}314*373} = 0{,}795\ kg.m^{-3}$

1.2 Etude du système « montgolfière »

On suit le déplacement du centre de masse G de la montgolfière. On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni d'un repère d'espace (O, $\vec{i}$, $\vec{k}$) présenté sur la figure 2. L'origine au point O est au niveau du sol, au point de décollage de la montgolfière.

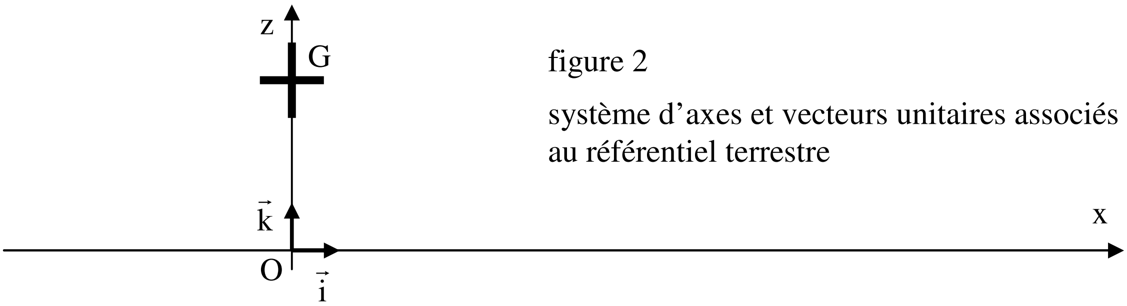


figure 2

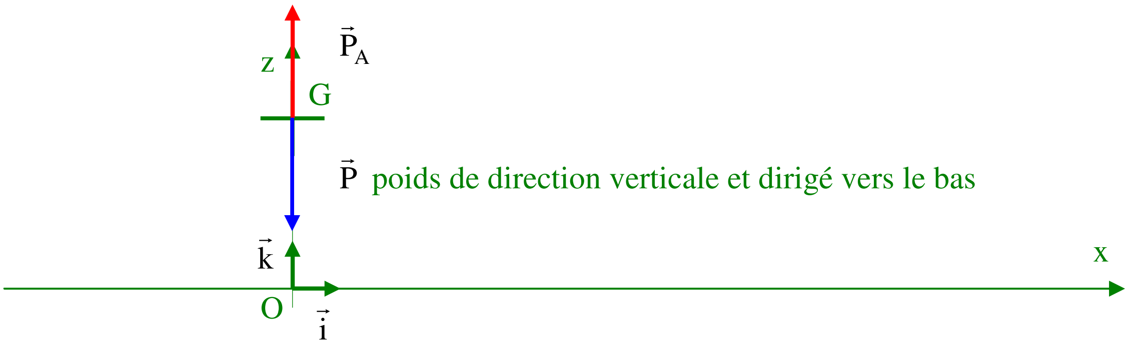
système d'axes et vecteurs unitaires associés au référentiel terrestre

On considère qu'il s'exerce seulement deux forces sur le système {montgolfière} composé de la nacelle, de son chargement et du ballon :

- le poids $\vec{P}$
- la poussée d'Archimède qui modélise l'action de l'air sur le ballon : $\vec{P_A} = \rho_{ext} * V * g * \vec{k}$ où ρ_{ext} représente la masse volumique de l'air extérieur et V représente le volume total de la montgolfière, dont on considère qu'il est égal au volume du ballon.

On considère que la masse d'air présente dans le ballon est constante et que la montgolfière, de masse totale m, reste immobile. A la température locale et à l'altitude du vol de 1,5 km, la masse volumique de l'air extérieur au ballon vaut 1,06 $kg.m^{-3}$ tandis que la masse volumique de l'air à l'intérieur du ballon vaut 0,80 $kg.m^{-3}$.

1.2.1 Représenter les deux forces s'exerçant sur la montgolfière dans le cas où elle est immobile dans le référentiel terrestre, sans souci d'échelle en utilisant le système d'axes de la figure 2. Justifier.



énoncé : le système est immobile dans le référentiel terrestre supposé galiléen
donc le système a une accélération nulle

2ème loi de Newton : $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P}_A + \vec{P} = m * \vec{a} = m * \vec{0} = \vec{0}$

$\vec{P}_A + \vec{P} = \vec{0}$ donc $\vec{P}_A$ et $\vec{P}$ sont opposés (même direction et sens inverses)

1.2.2 Donner l'expression vectorielle du poids $\vec{P}$ de la montgolfière.

$\vec{P}$ = m (montgolfière) * $\vec{g}$ = - m (montgolfière) * g * $\vec{k}$

1.2.3 Etablir l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$ en fonction de g, m et $\vec{k}$.

énoncé : $\vec{P}_A = \rho_{ext} * V * g * \vec{k} = m * g * \vec{k}$

1.2.4 En déduire la masse totale embarquée dans la nacelle à cette altitude. Commenter.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

masse de la montgolfière

$\vec{P}_A + \vec{P} = \vec{0}$ (question 1.2.1)

$\vec{P}_A = - \vec{P}$

m * g * $\vec{k}$ = m (montgolfière) * g * $\vec{k}$

ρ_{ext} * V = m (montgolfière)

m (montgolfière) = 1,06 * 2 200 = 2 332 kg

masse de l'air dans le ballon

m (air dans le ballon) = ρ_{int} * V = 0,80 * 2 200 = 1 760 kg

masse de l'enveloppe

m (enveloppe) = φ_{nylon} * S = 847 * 65.10^{-3} = 55 kg

masse embarquée dans la nacelle

m (montgolfière) = m (nacelle) + m (embarquée) + m (air dans le ballon) + m (enveloppe)

m (embarquée) = m (montgolfière) - m (nacelle) - m (air dans le ballon) - m (enveloppe) m (embarquée) = 2 332 - 56 - 1 760 - 55 = 460 kg

2 Détermination de l'autonomie maximale de vol de la montgolfière

En réalité, la montgolfière ne reste pas à une altitude constante. Son altitude varie autour d'une altitude moyenne, au gré de l'actionnement du brûleur par le pilote. L'utilisation du brûleur est nécessaire pour maintenir une altitude moyenne constante.
On considère que la montgolfière est en vol, stabilisée à une altitude moyenne de 1,5 km. La température extérieure est T_{ext} = 278 K au cours d'un vol.
On cherche à établir le bilan énergétique entre le système {air à l'intérieur de l'enveloppe + enveloppe} et le milieu extérieur.

2.1 Nommer les trois modes de transferts thermiques. Caractériser qualitativement ces trois modes.

modes de transferts thermiques :
- conduction : transport de l'énergie par contact sans mouvement de matière
- convection : transport de l'énergie par un fluide en mouvement
- rayonnement : transport de l'énergie par une onde électromagnétique capable de se propager dans le vide

La figure 3 présente les transferts thermiques qui ont lieu entre le système {ballon} et le milieu extérieur. On rappelle que le ballon représente l'enveloppe en nylon et l'air contenu à l'intérieur. En régime stationnaire, la montgolfière est en équilibre thermique.

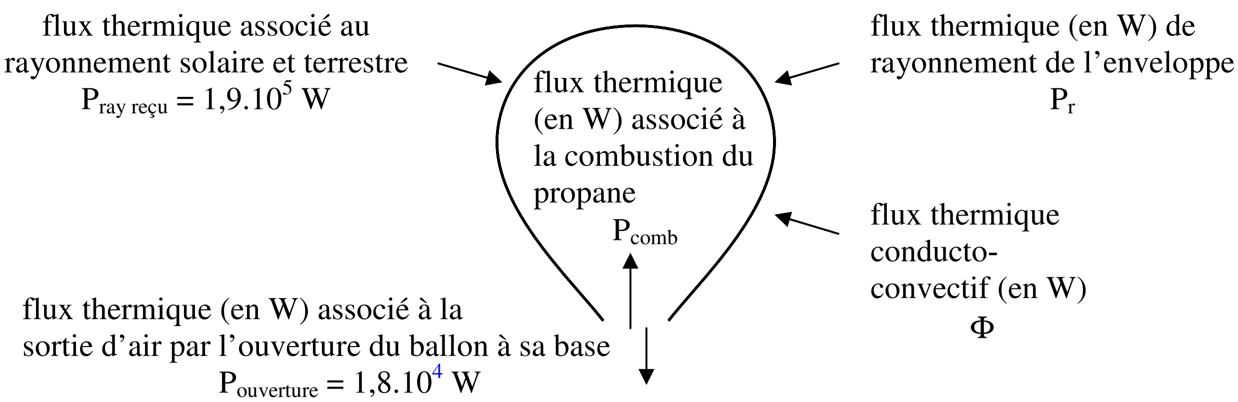


figure 3

bilan de puissance du système

2.2 A l'aide de la figure 3, établir une relation littérale entre les flux thermiques impliqués pour le système lorsque la montgolfière est à l'équilibre thermique.

capacité thermique du système : $\Delta U = c * \Delta T$
à l'équilibre thermique $\Delta T = 0$:
$\Delta U = 0$
premier principe de la thermodynamique : $\Delta U = W + Q = 0$
W = 0 (le système ne bouge pas et ne se déforme pas) :
Q = 0
le flux thermique évalue la vitesse du transfert thermique : $\Phi = \dfrac{\delta Q}{dt}$
$\Phi = 0$
les flux thermiques entre le système et le milieu extérieur se compensent
$P_{ray\ reçu} + P_{ouverture} + P_{comb} + P_r + \Phi = 0$

Une partie du transfert thermique a lieu sous forme de rayonnement de l'enveloppe vers le milieu

extérieur.
Le calcul du flux thermique rayonné se fait grâce à la relation de Stefan-Boltzmann : $P_r = \varepsilon * \sigma * S * T^4$ avec :

- P_r le flux thermique rayonné
- ε le coefficient d'émissivité constant sans unité, pour l'enveloppe du ballon : $\varepsilon = 0,87$
- σ la constante de Stefan : $\sigma = 5,67.10^{-8}$ W.m^{-2}.K^{-4}
- S la surface de l'enveloppe
- T la température de surface de l'enveloppe en K

De plus, les mouvements de l'air extérieur le long de l'enveloppe sont à l'origine d'un flux thermique transféré vers l'extérieur par un phénomène de conducto-convection que l'on peut calculer grâce à la relation suivante :

$$\Phi = \frac{\Delta T}{R_{th}}$$

- Φ représente le flux thermique perdu par le système par conducto-convection en W
- ΔT représente la différence de température entre l'enveloppe et le milieu extérieur en K
- R_{th} représente la résistance thermique associée au flux thermique entre l'enveloppe et le milieu extérieur : $R_{th} = 3,5.10^{-4}$ K.W^{-1}.

D'après l'étude, dans ces conditions, la température de l'enveloppe vaut T = 325 K, température intermédiaire entre celle de l'air à l'intérieur du ballon et celle de l'air à l'extérieur du ballon.

2.3 Calculer le flux thermique par rayonnement P_r émis par l'enveloppe vers le milieu extérieur.

un flux thermique perdu par le système est compté négativement
énoncé : $P_r = - \varepsilon * \sigma * S * T^4 = - 0,87 * 5,67.10^{-8} * 847 * 325^4 = - 4,66.10^5$ W

2.4 Calculer le flux conducto-convectif Φ.

un flux thermique perdu par le système est compté négativement
énoncé : $\Phi = -\frac{\Delta T}{R_{th}} = -\frac{325-278}{3,5.10^{-4}} = - 1,34.10^5$ W

2.5 En déduire que la valeur du flux thermique P_{comb} associé à la combustion du propane en régime de croisière est de l'ordre de 4.10^5 W.

un flux thermique reçu par le système est compté positivement
$P_{ray\ reçu} = 1,9.10^5$ W

un flux thermique perdu par le système est compté négativement
$P_{ouverture} = -1,8.10^4$ W

$P_{ray\ reçu} + P_{ouverture} + P_{comb} + P_r + \Phi = 0$ (question 2.2)
$P_{comb} = - P_{ray\ reçu} - P_{ouverture} - P_r - \Phi$
$P_{comb} = - 1,9.10^5 + 1,8.10^4 + 4,66.10^5 + 1,34.10^5 = 4,28.10^5$ W

Le flux thermique associé à la combustion du propane n'est pas libéré de façon continue. En effet, la combustion du propane n'a lieu que lorsque le brûleur fonctionne. L'énergie de combustion massique du propane est : $E_{comb} = 46,4$ MJ.kg^{-1}.

Le pilote actionne le brûleur pendant une durée t selon le fonctionnement décrit sur la figure 4. Lorsque le brûleur est en fonctionnement, 68 grammes de propane sont brûlés chaque seconde.

2.6 Montrer que le flux thermique associé à la combustion du propane lorsque le brûleur est en fonctionnement est de l'ordre de 3.10^6 W.

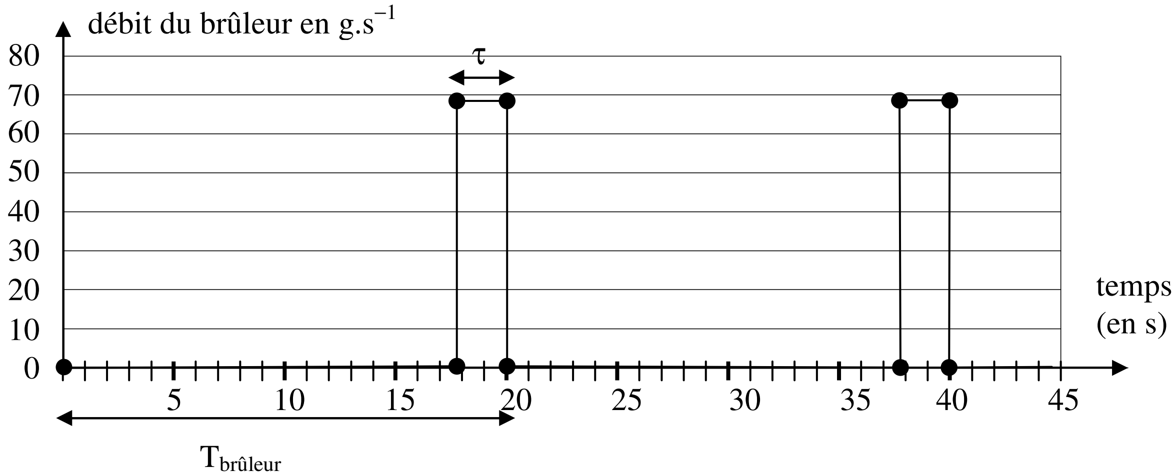


figure 4

débit de sortie du propane du brûleur en fonction du temps

ΔU (propane) = Δm (propane) * E_{comb} = $-68.10^{-3} * 46{,}4.10^6 = -3{,}15.10^6$ W
la combustion du propane transfert $3{,}15.10^6$ W vers l'air

2.7 Dans les conditions de l'étude, déterminer la durée maximale de vol qu'il est possible de réaliser à l'aide du propane embarqué dans la montgolfière. Commenter.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

énoncé : la nacelle embarque 4 bonbonnes contenant 20 kg de propane chacune
m (propane) = 4 * 20 = 80 kg

graphiquement $\tau = 2$ s
énoncé : brûleur en fonctionnement, 68 grammes de propane sont brûlés chaque seconde
durant $T_{brûleur}$ (= 20 s), 136 g de propane sont brûlés

$T_{brûleur} \rightarrow$ 136 g de propane
x $\rightarrow$ 80 000 g de propane

x = $1{,}18.10^4$ s (= 3h 16 min)