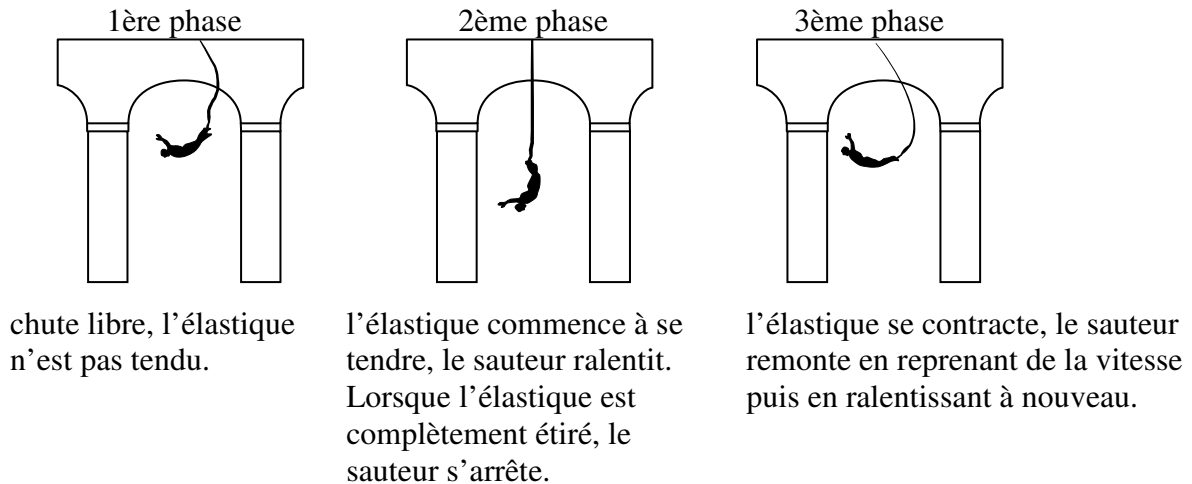


Saut à l'élastique

Le saut à l'élastique est un loisir qui permet de ressentir des sensations fortes. Il consiste à sauter dans le « vide » à l'aide d'un élastique attaché aux chevilles. Ce saut peut se faire à partir d'un pont. Un saut en élastique se déroule en plusieurs phases qui sont décrites ci-dessous.



Ces trois phases se répètent jusqu'à ce que le sauteur soit immobile, la durée totale du saut est de l'ordre d'une minute.

L'objectif de cet exercice est d'évaluer la vitesse du sauteur à la fin de la 1ère phase et la longueur maximale du saut.

On étudie un saut réalisé à partir d'un pont situé à une hauteur H d'environ 50 m au-dessus du sol.

Données

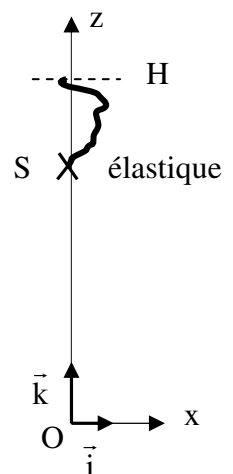
- masse de la personne avec l'équipement : $m = 80 \text{ kg}$
- valeur du champ de pesanteur terrestre : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$
- longueur de l'élastique non étiré : $L_0 = 8,0 \text{ m}$

Lors de la 1ère phase du saut à l'élastique, on étudie le mouvement du sauteur dont le centre de masse est noté S , dans le cadre du modèle de la chute libre.

Pour simplifier, on suppose que le mouvement est vertical.

A la date $t = 0$, la personne démarre le saut à la hauteur H avec une vitesse initiale dont le vecteur \vec{v}_0 est vertical et dirigé vers le bas et de norme v_0 .

Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère d'espace $(Ox ; Oz)$ dont l'origine O du repère est au niveau du sol. L'axe (Oz) est vertical, dirigé vers le haut et muni du vecteur unitaire \vec{k} . La situation est schématisée ci-contre.



- Déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ de S dans le repère $(Ox ; Oz)$.
- Etablir que l'équation horaire du mouvement selon l'axe Oz s'écrit :

$$z(t) = -\frac{1}{2} * g * t^2 - v_0 * t + H$$
- Après traitement de la vidéo d'un saut à l'aide d'un logiciel de pointage et modélisation des résultats, on obtient l'équation horaire suivante :

$$z(t) = -4,90 * t^2 - 1,10 * t + 49,8 \quad \text{avec } z \text{ exprimé en m et } t \text{ exprimé en s.}$$

La modélisation des résultats expérimentaux est-elle cohérente avec l'expression donnée en 2. ? Justifier à l'aide de deux arguments.

- Calculer la date à laquelle l'élastique commence à se tendre.
- En déduire la valeur de la vitesse atteinte à cet instant.

6 Distance de sécurité

Lors du saut, les différentes énergies intervenant au cours du mouvement ont été calculées à l'aide des informations fournies sur la vidéo du saut. Elles ont été représentées dans la figure 1.

L'énergie potentielle de pesanteur est considérée nulle quand $z = 0$.

Pour une des énergies, les calculs n'ont pu être effectués que sur la 1ère phase du saut (courbe A).

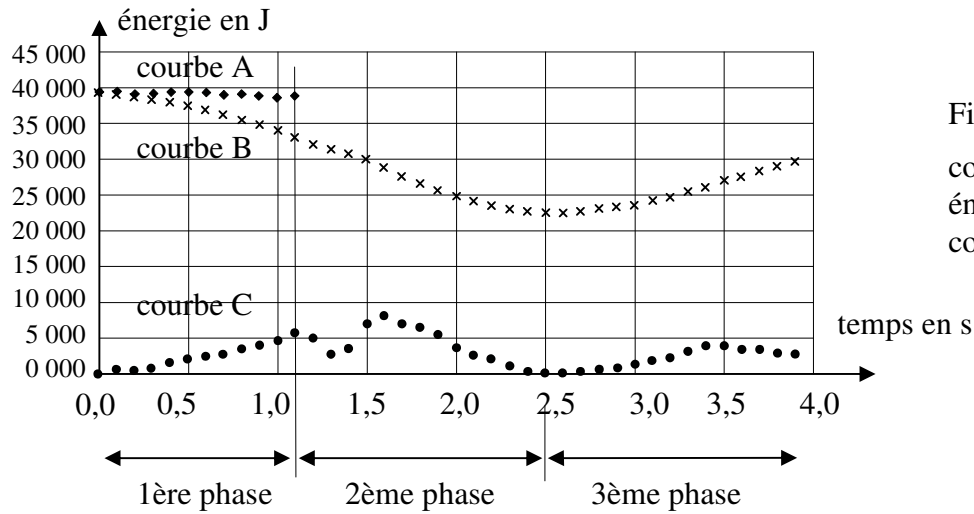


Figure 1
courbes représentant des énergies du système au cours du temps

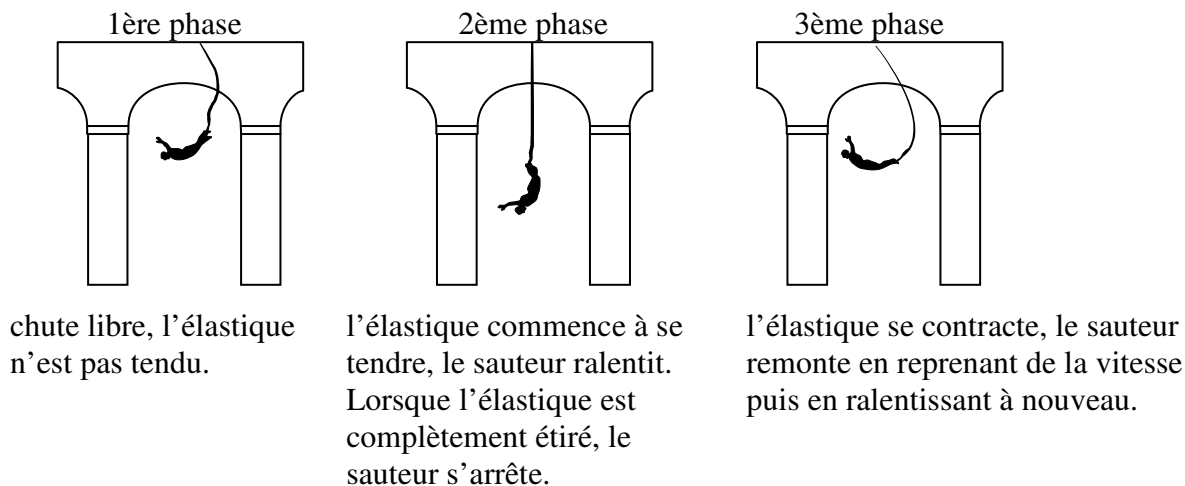
- 6.1 Identifier parmi les courbes A, B, C de la figure 1 celle représentant l'énergie cinétique, celle représentant l'énergie potentielle de pesanteur et celle représentant l'énergie mécanique. Justifier ces choix.
- 6.2 Identifier l'(les) information(s) manquante(s) sur le système physique étudié nécessaire au tracé de la suite de la courbe A pour les deuxième et troisième phases.
- 6.3 Pour des raisons de sécurité, il est nécessaire que l'élastique soit choisi tel que son étirement ΔL soit inférieur ou égal à $4 L_0$. A l'aide de la figure 1, calculer la distance maximale parcourue par le sauteur. Conclure.

Corrigé

Saut à l'élastique

Le saut à l'élastique est un loisir qui permet de ressentir des sensations fortes. Il consiste à sauter dans le « vide » à l'aide d'un élastique attaché aux chevilles. Ce saut peut se faire à partir d'un pont.

Un saut en élastique se déroule en plusieurs phases qui sont décrites ci-dessous.



Ces trois phases se répètent jusqu'à ce que le sauteur soit immobile, la durée totale du saut est de l'ordre d'une minute.

L'objectif de cet exercice est d'évaluer la vitesse du sauteur à la fin de la 1ère phase et la longueur maximale du saut.

On étudie un saut réalisé à partir d'un pont situé à une hauteur H d'environ 50 m au-dessus du sol.

Données

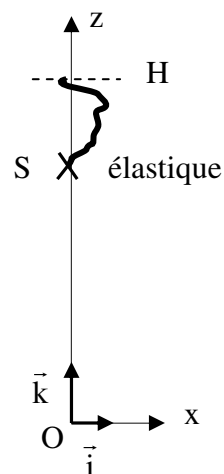
- masse de la personne avec l'équipement : $m = 80 \text{ kg}$
- valeur du champ de pesanteur terrestre : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$
- longueur de l'élastique non étiré : $L_0 = 8,0 \text{ m}$

Lors de la 1ère phase du saut à l'élastique, on étudie le mouvement du sauteur dont le centre de masse est noté S , dans le cadre du modèle de la chute libre.

Pour simplifier, on suppose que le mouvement est vertical.

A la date $t = 0$, la personne démarre le saut à la hauteur H avec une vitesse initiale dont le vecteur \vec{v}_0 est vertical et dirigé vers le bas et de norme v_0 .

Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère d'espace $(Ox ; Oz)$ dont l'origine O du repère est au niveau du sol. L'axe (Oz) est vertical, dirigé vers le haut et muni du vecteur unitaire \vec{k} . La situation est schématisée ci-contre.



- 1 Déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ de S dans le repère $(Ox ; Oz)$.

2ème loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m * \vec{a}$$

la seule force extérieure qui s'exerce sur le système est son poids

$$\vec{P} = m * \vec{a}$$

$$m * \vec{g} = m * \vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

2 Etablir que l'équation horaire du mouvement selon l'axe Oz s'écrit :

$$z(t) = -\frac{1}{2} * g * t^2 - v_0 * t + H$$

question 1

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

intégration

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ -g * t + v_{y0} \end{pmatrix}$$

énoncé : à la date $t = 0$, la personne démarre avec une vitesse initiale dont le vecteur \vec{v}_0 est vertical et dirigé vers le bas et de norme v_0

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g * t - v_0 \end{pmatrix}$$

intégration

$$\vec{OM} = \begin{pmatrix} x_0 \\ -\frac{1}{2} * g * t^2 - v_0 * t + z_0 \end{pmatrix}$$

énoncé : à la date $t = 0$, la personne démarre le saut à la hauteur H

$$\vec{OM} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} * g * t^2 - v_0 * t + H \end{pmatrix}$$

3 Après traitement de la vidéo d'un saut à l'aide d'un logiciel de pointage et modélisation des résultats, on obtient l'équation horaire suivante :

$$z(t) = -4,90 * t^2 - 1,10 * t + 49,8 \quad \text{avec } z \text{ exprimé en m et } t \text{ exprimé en s.}$$

La modélisation des résultats expérimentaux est-elle cohérente avec l'expression donnée en 2. ? Justifier à l'aide de deux arguments.

question 2

$$z(t) = -\frac{1}{2} * g * t^2 - v_0 * t + H$$

$$z(t) = -4,90 * t^2 - 1,10 * t + 49,8$$

1ère analogie entre les deux équations

$$H = 49,8 \text{ m}$$

énoncé : « on étudie un saut réalisé à une hauteur H d'environ 50 m au-dessus du sol »

2ème analogie entre les deux équations

$$-\frac{1}{2} * g = -4,90$$

$$g = 2 * 4,90 = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$$

énoncé : « valeur du champ de pesanteur terrestre : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ »

4 Calculer la date à laquelle l'élastique commence à se tendre.

énoncé : « longueur de l'élastique non étiré : $L_0 = 8,0 \text{ m}$ »
 l'élastique commence à se tendre à $z = H - L_0 = 50 - 8,0 = 42 \text{ m}$

question 3

$$z(t_1) = -4,90 * t_1^2 - 1,10 * t_1 + 49,8$$

$$42 = -4,90 * t_1^2 - 1,10 * t_1 + 49,8$$

la résolution de cette équation donne deux racines : 1,2 s et -1,4 s

la solution ayant un sens physique est $t_1 = 1,2 \text{ s}$

5 En déduire la valeur de la vitesse atteinte à cet instant.

question 2

$$z(t) = -\frac{1}{2} * g * t^2 - v_0 * t + H$$

$$z(t) = -4,90 * t^2 - 1,10 * t + 49,8$$

3ème analogie entre les deux équations

$$v_0 = 1,10 \text{ m.s}^{-1}$$

question 2

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g * t - v_0 \end{pmatrix}$$

$$v(t_1) = \sqrt{0^2 + (-g * t_1 - v_0)^2} = g * t_1 + v_0$$

$$v(t_1) = 9,81 * 1,2 + 1,10 = 12,9 \text{ m.s}^{-1}$$

6 Distance de sécurité

Lors du saut, les différentes énergies intervenant au cours du mouvement ont été calculées à l'aide des informations fournies sur la vidéo du saut. Elles ont été représentées dans la figure 1.

L'énergie potentielle de pesanteur est considérée nulle quand $z = 0$.

Pour une des énergies, les calculs n'ont pu être effectués que sur la 1ère phase du saut (courbe A).

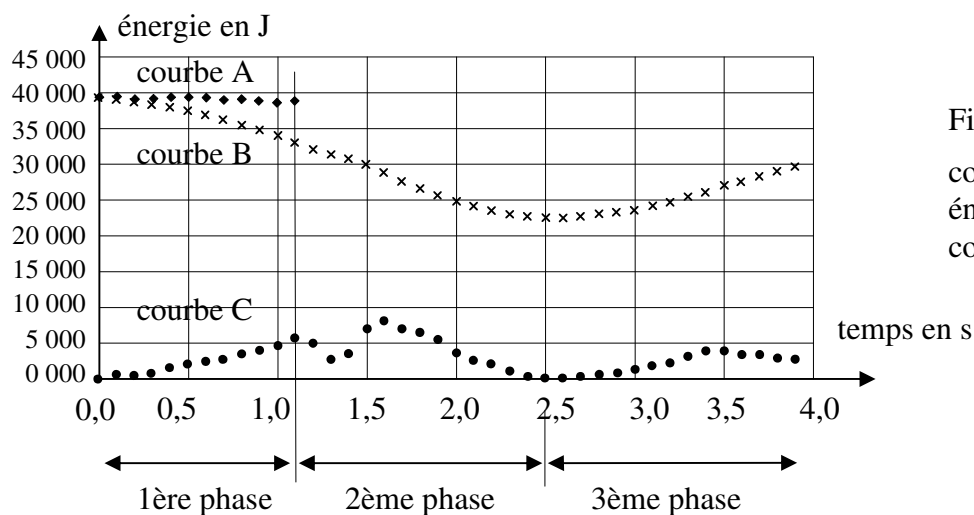


Figure 1
 courbes représentant des énergies du système au cours du temps

6.1 Identifier parmi les courbes A, B, C de la figure 1 celle représentant l'énergie cinétique, celle représentant l'énergie potentielle de pesanteur et celle représentant l'énergie mécanique. Justifier ces choix.

énergie potentielle de pesanteur

$$E_{pp} = m * g * z$$

$$E_{pp}(t = 0 \text{ s}) = m * g * H$$

$$E_{pp}(t = 0 \text{ s}) = 80 * 9,81 * 50 = 3,9.10^4 \text{ J}$$

puis cette énergie diminue car le sauteur descend puis remonte pendant la 3ème phase
cette évolution correspond à la courbe B

énergie cinétique

$$E_c = \frac{1}{2} * m * v^2$$

$$E_c (t = 0 \text{ s}) = \frac{1}{2} * m * v_0^2 = \frac{1}{2} * 80 * 1,10^2 = 48 \text{ J}$$

puis cette énergie augmente fortement car le sauteur descend en chute libre puis augmente moins vite après 1,2 s car l'élastique se tend (2ème phase)

cette évolution correspond à la courbe C

la courbe A est donc l'énergie mécanique dont on voit qu'elle est constante tant que le sauteur est en chute libre

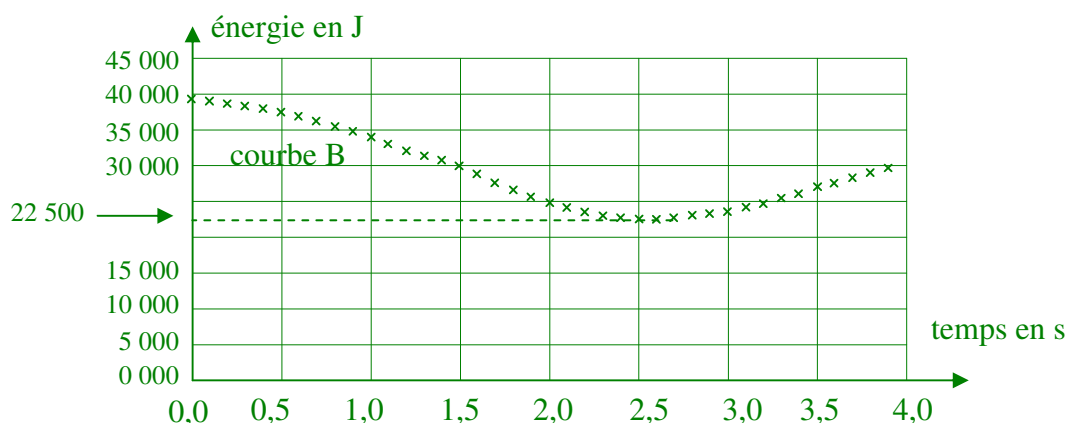
- 6.2 Identifier l'(les) information(s) manquante(s) sur le système physique étudié nécessaire au tracé de la suite de la courbe A pour les deuxième et troisième phases.

au cours des phases 2 et 3 la force exercée par l'élastique sur le sauteur est inconnue

- 6.3 Pour des raisons de sécurité, il est nécessaire que l'élastique soit choisi tel que son étirement ΔL soit inférieur ou égal à $4 L_0$. A l'aide de la figure 1, calculer la distance maximale parcourue par le sauteur. Conclure.

quand l'énergie potentielle de pesanteur du sauteur est minimale, le sauteur a atteint la distance maximale

graphiquement : $E_{pp_{\min}} = 22\,500 \text{ J}$



énergie potentielle de pesanteur

$$E_{pp} = m * g * z$$

$$E_{pp_{\min}} = m * g * z_{\min}$$

$$z_{\min} = E_{pp_{\min}} / (m * g) = 22\,500 / (80 * 9,81) = 29 \text{ m}$$

$$4 * L_0 = 4 * 8,0 = 32 \text{ m}$$

le sauteur était en sécurité durant tout son saut