Apprentissage du saut en parachute

Au cours de l'une des étapes de sa formation, un élève parachutiste doit apprendre à évaluer par lui-même la durée au bout de laquelle il doit actionner la commande de l'ouverture de son parachute, quelques secondes après avoir sauté de l'avion.
En cas d'urgence, un parachute de secours se déclenche automatiquement.
Mais avant de sauter, l'élève et son moniteur doivent pouvoir s'entendre parler dans l'avion !

Données

- masse de l'élève parachutiste et de son équipement : m = 75,0 kg
- intensité du champ de pesanteur g = 9,81 m.s^{-2}

Communication dans l'environnement bruyant de l'avion

Dans l'avion qui emmène le moniteur et son élève à l'altitude souhaitée, le niveau d'intensité sonore est L_1 = 82 dB.
On estime que, dans le cas de deux émissions sonores simultanées, il faut que les niveaux d'intensité sonore soient séparés de 8 dB au minimum pour que le son le plus faible n'empêche pas d'entendre clairement le son le plus fort.

Données

Le niveau d'intensité sonore L (dB) et l'intensité sonore I sont liés par la relation :

$L = 10 * \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$ avec $I_0 = 1{,}0.10^{-12}$ W. m^{-2}, seuil d'audibilité

On estime qu'il est nécessaire de crier pour produire un son d'intensité sonore égale ou supérieure à I_C = $1{,}0.10^{-3}$ W.m^{-2}.

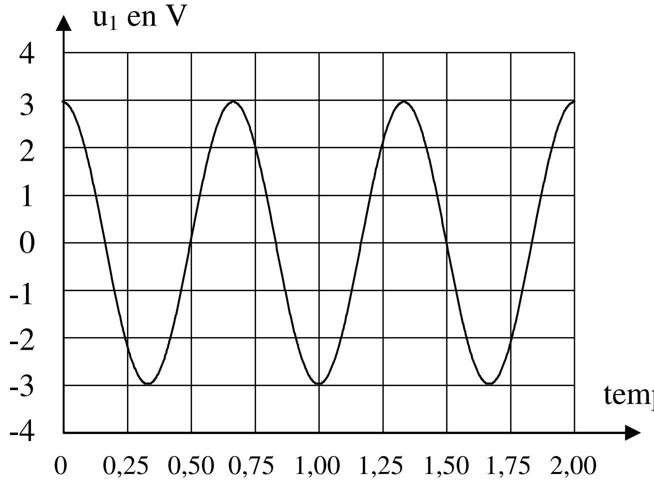
1 Préciser le niveau d'intensité sonore minimal L_2 que doit avoir la conversation entre le moniteur et son élève pour qu'ils puissent s'entendre clairement en dépit du bruit de l'avion.

2 Indiquer, en justifiant, si la gêne occasionnée par le bruit de l'avion impose ou non au moniteur et à son élève de crier.

Compte tenu du niveau d'intensité sonore dans l'avion, les pilotes utilisent des casques d'aviation ANR (pour Active Noise Reduction ou Réduction Active de Bruit), aussi appelés casques actifs, pour faciliter les communications. Le fonctionnement de ces casques repose sur une technologie électronique qui permet de capter les bruits extérieurs via un microphone placé sur la coque du casque, et d'émettre, dans l'écouteur du casque, un signal qui vient se superposer au bruit de l'avion de façon à le réduire.

3 Nommer le phénomène physique exploité par la technologie ANR.

Afin d'illustrer au laboratoire le principe d'un casque ANR, on place un microphone en face de deux enceintes sonores. La première enceinte produit un son modélisant le bruit de l'avion par un signal de fréquence unique. Le document 1 montre l'évolution temporelle de la tension u_1 aux bornes du microphone.



document 1

4 Représenter sur le document 1, l'allure du signal que doit produire la deuxième enceinte pour « supprimer » le son modélisant le bruit de l'avion.

Détermination expérimentale de l'altitude au moment de l'ouverture du parachute

L'élève parachutiste et son moniteur quittent simultanément l'avion en un point A, d'altitude z_A = 1 500 m. Tout au long du saut, le moniteur reste à la même altitude que son élève. Lorsque l'élève ouvre son parachute, le moniteur relève la valeur de l'altitude z_B indiquée par son altimètre. Cette valeur sera utile pour le débriefing après le saut.
Le principe de fonctionnement de l'altimètre est basé sur la mesure d'une variation de pression à partir de laquelle est déduite une variation d'altitude. Cette partie s'intéresse à un modèle de détermination d'une variation d'altitude à partir de la mesure d'une variation de pression.

<u>Données</u>

- d'après la loi fondamentale de la statique des fluides, la variation de pression entre les altitudes z et z + h est liée à la variation d'altitude h par la relation :

$$P(z) - P(z + h) = \rho * g * h$$

  avec P en Pa, h en m, g intensité du champ de pesanteur terrestre et ρ la masse volumique de l'air en $kg.m^{-3}$
- échelle absolue de température : T (K) = θ (°C) + 273,15
- constante des gaz parfaits : R = 8,314 $Pa.m^3.mol^{-1}.K^{-1}$
- masse molaire de l'air : M = 29,0 $g.mol^{-1}$
- à l'altitude z_A = 1 500 m, la valeur de la pression est P_A = 845 hPa et celle de la température est θ_A = 5,5 °C

Dans la situation étudiée, l'air peut être considéré comme un gaz parfait.

5 En utilisant l'équation d'état des gaz parfaits, montrer que la masse volumique de l'air à l'altitude z_A = 1 500 m a pour valeur ρ = 1,06 $kg.m^{-3}$.

On suppose que cette valeur de la masse volumique de l'air est constante pour la hauteur de chute considérée.
Entre le point A et l'ouverture du parachute, l'altimètre a mesuré une différence de pression de 31,8 hPa.

6 Déterminer l'altitude z_B qu'afficherait l'altimètre s'il utilisait la loi fondamentale de la statique des fluides.

<u>Remarque</u> en pratique, les altimètres utilisent un autre modèle et une autre relation entre la variation de pression et l'altitude (formule du nivellement barométrique) car la température ainsi que la masse volumique de l'air varient avec l'altitude.

Détermination théorique de l'altitude lors de l'ouverture du parachute

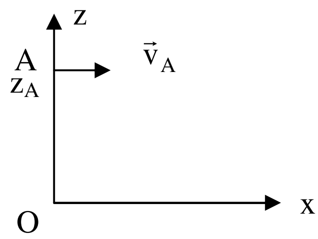


figure 1

L'élève parachutiste ainsi que son moniteur quittent simultanément l'avion en un point A, à un instant pris comme origine des dates (t = 0 s). Lorsqu'ils sautent de l'avion, celui-ci vole horizontalement à l'altitude z_A = 1 500 m avec une vitesse v_A = 130 km.h^{-1}.
L'élève a pour consigne d'enclencher l'ouverture de son parachute après avoir compté 10 secondes.
On étudie le mouvement du système {parachutiste + équipement} avant l'ouverture du parachute. Cette étude est réalisée dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.
Dans cette partie, pour modéliser le mouvement du parachutiste, on fait l'hypothèse que les actions de l'air sont négligeables et que le mouvement du système est plan.
La position du parachutiste est repérée dans le système d'axes (O, x, z), l'origine O étant prise au niveau du sol qui correspond également ici au niveau de la mer. Le point A est situé à la verticale du point O sur l'axe (Oz).

7 Indiquer la (ou les) action(s) exercée(s) sur le parachutiste et la (ou les) modéliser par une (ou des) force(s).

8 En déduire, en justifiant, les coordonnées théoriques du vecteur accélération a_x (t) et a_z (t) et les expressions des coordonnées v_x (t) et v_z (t) du vecteur vitesse du centre de masse du système.

9 Montrer que les équations horaires du mouvement du parachutiste dans le repère (O, x, z) sont modélisées par :

$$x\,(t) = v_A * t$$
$$z\,(t) = -\tfrac{1}{2} * g * t^2 + z_A$$

avec t en seconde, v_A en mètre par seconde et x (t), z (t) et z_A en mètre.

10 Déterminer l'altitude théorique z_C à laquelle le parachutiste devrait ouvrir son parachute sachant que cette ouverture doit avoir lieu 10 s après le saut.

L'altimètre du moniteur indique $z_B = 1{,}2.10^3$ m lorsque l'élève ouvre son parachute.

11 Proposer au moins deux raisons pour expliquer la différence entre la valeur mesurée z_B et la valeur calculée z_C.

Parachute de secours

Si le parachute ne s'ouvre pas, la vitesse de chute peut atteindre 200 km.h^{-1}. Un déclencheur de sécurité doit alors libérer le parachute de secours. Pour être pleinement fonctionnel, il doit respecter les deux conditions suivantes :

- il doit entrer en action avant que l'altitude ne devienne inférieure à 320 m (condition sur l'altitude).
- il doit permettre de passer de 200 km.h^{-1} à moins de 20 km.h^{-1} en 10 s (condition sur la vitesse).

Une fois le parachute de secours ouvert, les frottements dans l'air ne sont plus négligeables.
Ils sont modélisés par une force, notée $\vec{f}$, de sens opposé au vecteur vitesse et de valeur proportionnelle au carré de la vitesse :

$$f = k * v^2$$

k est appelé coefficient de frottement.

Cette modélisation des frottements a permis de tracer le graphique représentant l'évolution de la vitesse du centre de masse du système {parachutiste + équipement} (figure 2). Sur ce graphique, l'origine des dates correspond à l'ouverture du parachute de secours.
Dans la suite, le mouvement est considéré vertical depuis la date d'ouverture du parachute de secours jusqu'à la date d'arrivée sur le sol.

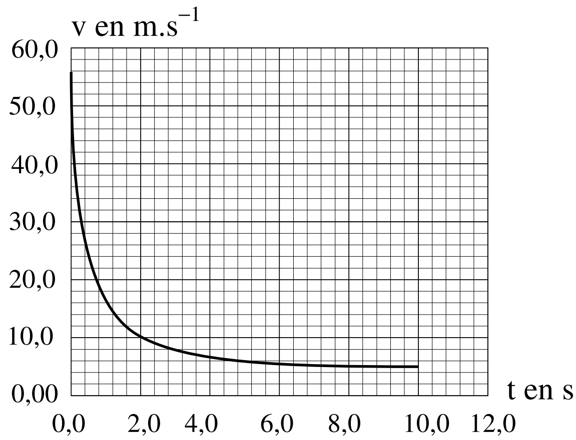


figure 2

évolution de la valeur de la vitesse du système, dans le référentiel terrestre, après l'ouverture du parachute de secours

12 Montrer que la modélisation rend bien compte de la condition de fonctionnement du parachute de secours portant sur la vitesse.

On cherche à déterminer les caractéristiques du vecteur accélération 2 s après le déclenchement du parachute de secours. Pour cela, on doit d'abord retrouver la valeur du coefficient de frottement k utilisée dans cette modélisation.

13 Ecrire la relation entre le vecteur accélération $\vec{a}$ du système, et les forces modélisant les actions s'exerçant sur le système.

Après la date t = 9 s, on peut considérer que la vitesse prend une valeur constante v_f.

14 Ecrire, à partir de cette date, la relation entre les valeurs des forces et en déduire l'expression du coefficient de frottement k en fonction de m, g et v_f.

15 En déduire la valeur du coefficient de frottement k choisi pour la modélisation. Préciser l'unité de k.

16 Donner les caractéristiques (sens, direction et valeur) du vecteur accélération du système à la date t = 2 s . Commenter.

Corrigé

Apprentissage du saut en parachute

Au cours de l'une des étapes de sa formation, un élève parachutiste doit apprendre à évaluer par lui-même la durée au bout de laquelle il doit actionner la commande de l'ouverture de son parachute, quelques secondes après avoir sauté de l'avion.
En cas d'urgence, un parachute de secours se déclenche automatiquement.
Mais avant de sauter, l'élève et son moniteur doivent pouvoir s'entendre parler dans l'avion !

Données

- masse de l'élève parachutiste et de son équipement : m = 75,0 kg
- intensité du champ de pesanteur $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$

Communication dans l'environnement bruyant de l'avion

Dans l'avion qui emmène le moniteur et son élève à l'altitude souhaitée, le niveau d'intensité sonore est $L_1 = 82$ dB.
On estime que, dans le cas de deux émissions sonores simultanées, il faut que les niveaux d'intensité sonore soient séparés de 8 dB au minimum pour que le son le plus faible n'empêche pas d'entendre clairement le son le plus fort.

Données

Le niveau d'intensité sonore L (dB) et l'intensité sonore I sont liés par la relation :

$L = 10 * \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$ avec $I_0 = 1{,}0.10^{-12}$ W. m^{-2}, seuil d'audibilité

On estime qu'il est nécessaire de crier pour produire un son d'intensité sonore égale ou supérieure à $I_C = 1{,}0.10^{-3}$ W.m^{-2}.

1 Préciser le niveau d'intensité sonore minimal L_2 que doit avoir la conversation entre le moniteur et son élève pour qu'ils puissent s'entendre clairement en dépit du bruit de l'avion.

son le plus faible : bruit de l'avion ($L_1 = 82$ dB)
son le plus fort : conversation ($L_2 = ?$ dB)

$L_2 = L_1 + 8 = 82 + 8 = 90$ dB

2 Indiquer, en justifiant, si la gêne occasionnée par le bruit de l'avion impose ou non au moniteur et à son élève de crier.

niveau d'intensité sonore lorsque l'on crie

$$L = 10 * \log\left(\frac{I_C}{I_0}\right) = 10 * \log\left(\frac{I_C}{I_0}\right) = 10 * \log\left(\frac{1{,}0.10^{-3}}{1{,}0.10^{-12}}\right) = 90 \text{ dB}$$

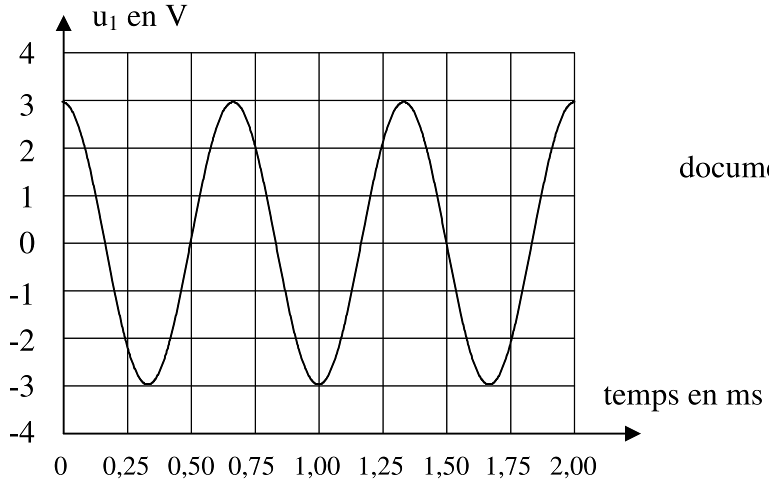
le moniteur et son élève vont devoir crier

Compte tenu du niveau d'intensité sonore dans l'avion, les pilotes utilisent des casques d'aviation ANR (pour Active Noise Reduction ou Réduction Active de Bruit), aussi appelés casques actifs, pour faciliter les communications. Le fonctionnement de ces casques repose sur une technologie électronique qui permet de capter les bruits extérieurs via un microphone placé sur la coque du casque, et d'émettre, dans l'écouteur du casque, un signal qui vient se superposer au bruit de l'avion de façon à le réduire.

3 Nommer le phénomène physique exploité par la technologie ANR.

interférences (destructives) de deux ondes sonores

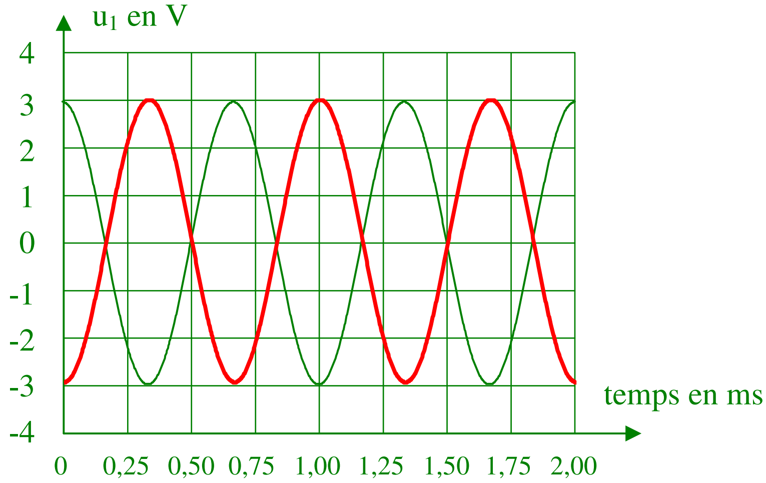
Afin d'illustrer au laboratoire le principe d'un casque ANR, on place un microphone en face de deux enceintes sonores. La première enceinte produit un son modélisant le bruit de l'avion par un signal de fréquence unique. Le document 1 montre l'évolution temporelle de la tension u_1 aux bornes du microphone.



document 1

4 Représenter sur le document 1, l'allure du signal que doit produire la deuxième enceinte pour « supprimer » le son modélisant le bruit de l'avion.

interférences (destructives) de deux ondes
leurs amplitudes se soustraient
les deux ondes sont en opposition de phase



Détermination expérimentale de l'altitude au moment de l'ouverture du parachute

L'élève parachutiste et son moniteur quittent simultanément l'avion en un point A, d'altitude z_A = 1 500 m. Tout au long du saut, le moniteur reste à la même altitude que son élève. Lorsque l'élève ouvre son parachute, le moniteur relève la valeur de l'altitude z_B indiquée par son altimètre. Cette valeur sera utile pour le débriefing après le saut.
Le principe de fonctionnement de l'altimètre est basé sur la mesure d'une variation de pression à partir de laquelle est déduite une variation d'altitude. Cette partie s'intéresse à un modèle de détermination d'une variation d'altitude à partir de la mesure d'une variation de pression.

Données

- d'après la loi fondamentale de la statique des fluides, la variation de pression entre les altitudes z et z + h est liée à la variation d'altitude h par la relation :
$$P(z) - P(z + h) = \rho * g * h$$
avec P en Pa, h en m, g intensité du champ de pesanteur terrestre et ρ la masse volumique de l'air en $kg.m^{-3}$
- échelle absolue de température : T (K) = θ (°C) + 273,15
- constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314\ Pa.m^3.mol^{-1}.K^{-1}$
- masse molaire de l'air : $M = 29{,}0\ g.mol^{-1}$
- à l'altitude $z_A = 1\ 500$ m, la valeur de la pression est $P_A = 845$ hPa et celle de la température est $\theta_A = 5{,}5$ °C

Dans la situation étudiée, l'air peut être considéré comme un gaz parfait.

5 En utilisant l'équation d'état des gaz parfaits, montrer que la masse volumique de l'air à l'altitude $z_A = 1\ 500$ m a pour valeur $\rho = 1{,}06\ kg.m^{-3}$.

loi de gaz parfaits

$P * V = n * R * T$

$P * V = (m / M) * R * T$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{P*M}{R*T} = \frac{845.10^2 * 29{,}0.10^{-3}}{8{,}314*(273{,}15+5{,}5)} = 1{,}06\ kg.m^{-3}$$

On suppose que cette valeur de la masse volumique de l'air est constante pour la hauteur de chute considérée.
Entre le point A et l'ouverture du parachute, l'altimètre a mesuré une différence de pression de 31,8 hPa.

6 Déterminer l'altitude z_B qu'afficherait l'altimètre s'il utilisait la loi fondamentale de la statique des fluides.

la loi fondamentale de la statique des fluides

$P(z) - P(z + h) = \rho * g * h$

$P(z_B) - P(z_A) = \rho * g * h$

$h = (P(z_B) - P(z_A)) / (\rho * g)$

$h = 31{,}8.10^2 / (1{,}06 * 9{,}81) = 306$ m

$z_B = z_A - h$

$z_B = 1\ 500 - 306 = 1{,}19.10^3$ m

Remarque en pratique, les altimètres utilisent un autre modèle et une autre relation entre la variation de pression et l'altitude (formule du nivellement barométrique) car la température ainsi que la masse volumique de l'air varient avec l'altitude.

Détermination théorique de l'altitude lors de l'ouverture du parachute

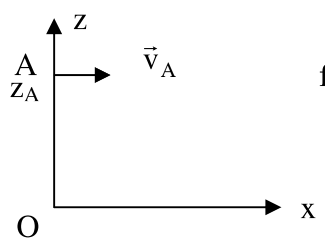


figure 1

L'élève parachutiste ainsi que son moniteur quittent simultanément l'avion en un point A, à un instant pris comme origine des dates (t = 0 s). Lorsqu'ils sautent de l'avion, celui-ci vole horizontalement à l'altitude z_A = 1 500 m avec une vitesse v_A = 130 $km.h^{-1}$.
L'élève a pour consigne d'enclencher l'ouverture de son parachute après avoir compté 10 secondes.
On étudie le mouvement du système {parachutiste + équipement} avant l'ouverture du parachute. Cette étude est réalisée dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.
Dans cette partie, pour modéliser le mouvement du parachutiste, on fait l'hypothèse que les actions de l'air sont négligeables et que le mouvement du système est plan.
La position du parachutiste est repérée dans le système d'axes (O, x, z), l'origine O étant prise au niveau du sol qui correspond également ici au niveau de la mer. Le point A est situé à la verticale du point O sur l'axe (Oz).

7 Indiquer la (ou les) action(s) exercée(s) sur le parachutiste et la (ou les) modéliser par une (ou des) force(s).

énoncé : les actions de l'air sont négligeables
le parachutiste est en chute libre (la seule force extérieure qui s'exerce sur le système est son poids)

8 En déduire, en justifiant, les coordonnées théoriques du vecteur accélération a_x (t) et a_z (t) et les expressions des coordonnées v_x (t) et v_z (t) du vecteur vitesse du centre de masse du système.

2ème loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen

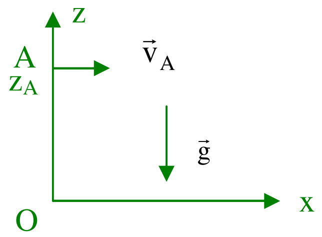
$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m * \vec{a}$$

$$\vec{P} = m * \vec{a}$$

$$m * \vec{g} = m * \vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$



relation entre l'accélération et la vitesse

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

intégration

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ -g * t + v_{z0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_A \\ -g * t \end{pmatrix}$$

9 Montrer que les équations horaires du mouvement du parachutiste dans le repère (O, x, z) sont modélisées par :

$$x(t) = v_A * t$$
$$z(t) = -½ * g * t^2 + z_A$$

avec t en seconde, v_A en mètre par seconde et x (t), z (t) et z_A en mètre.

relation entre la vitesse et la position

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

intégration

$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_A * t + x_0 \\ -\frac{g * t^2}{2} + z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_A * t \\ -\frac{g * t^2}{2} + z_A \end{pmatrix}$$

10 Déterminer l'altitude théorique z_C à laquelle le parachutiste devrait ouvrir son parachute sachant que cette ouverture doit avoir lieu 10 s après le saut.

t = 10 s

$$z_C = -\frac{9{,}81 * 10^2}{2} + 1\,500 = 1{,}0.10^3 \text{ m}$$

L'altimètre du moniteur indique $z_B = 1{,}2.10^3$ m lorsque l'élève ouvre son parachute.

11 Proposer au moins deux raisons pour expliquer la différence entre la valeur mesurée z_B et la valeur calculée z_C.

les actions de l'air ne sont pas négligeables
la vitesse initiale est différente de celle envisagée

Parachute de secours

Si le parachute ne s'ouvre pas, la vitesse de chute peut atteindre 200 km.h^{-1}. Un déclencheur de sécurité doit alors libérer le parachute de secours. Pour être pleinement fonctionnel, il doit respecter les deux conditions suivantes :

- il doit entrer en action avant que l'altitude ne devienne inférieure à 320 m (condition sur l'altitude).
- il doit permettre de passer de 200 km.h^{-1} à moins de 20 km.h^{-1} en 10 s (condition sur la vitesse).

Une fois le parachute de secours ouvert, les frottements dans l'air ne sont plus négligeables.
Ils sont modélisés par une force, notée $\vec{f}$, de sens opposé au vecteur vitesse et de valeur proportionnelle au carré de la vitesse :

$$f = k * v^2$$

k est appelé coefficient de frottement.

Cette modélisation des frottements a permis de tracer le graphique représentant l'évolution de la vitesse du centre de masse du système {parachutiste + équipement} (figure 2). Sur ce graphique, l'origine des dates correspond à l'ouverture du parachute de secours.
Dans la suite, le mouvement est considéré vertical depuis la date d'ouverture du parachute de secours jusqu'à la date d'arrivée sur le sol.

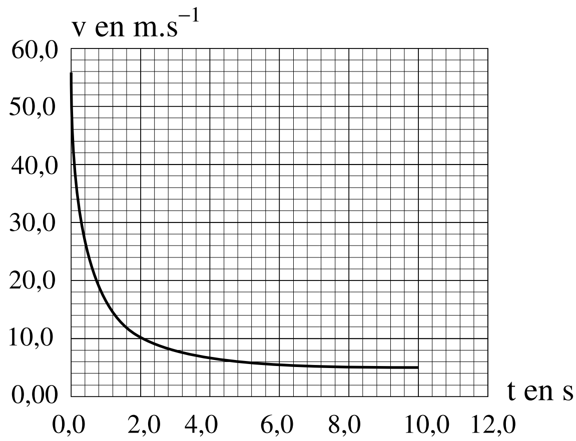
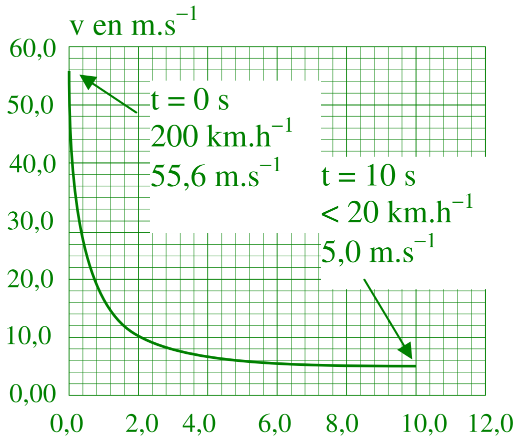


figure 2

évolution de la valeur de la vitesse du système, dans le référentiel terrestre, après l'ouverture du parachute de secours

12 Montrer que la modélisation rend bien compte de la condition de fonctionnement du parachute de secours portant sur la vitesse.

conditions de fonctionnement sur la vitesse permettre de passer de 200 $km.h^{-1}$ (55,6 $m.s^{-1}$) à moins de 20 $km.h^{-1}$ (5,6 $m.s^{-1}$) en 10 s



On cherche à déterminer les caractéristiques du vecteur accélération 2 s après le déclenchement du parachute de secours. Pour cela, on doit d'abord retrouver la valeur du coefficient de frottement k utilisée dans cette modélisation.

13 Ecrire la relation entre le vecteur accélération $\vec{a}$ du système, et les forces modélisant les actions s'exerçant sur le système.

2ème loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen

$\Sigma\ \vec{F}_{ext} = m * \vec{a}$

$\vec{P} + \vec{f} = m * \vec{a}$

Après la date t = 9 s, on peut considérer que la vitesse prend une valeur constante v_f.

14 Ecrire, à partir de cette date, la relation entre les valeurs des forces et en déduire l'expression du coefficient de frottement k en fonction de m, g et v_f.

question 13

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ f \end{pmatrix} = m * \begin{pmatrix} a_x \\ a_z \end{pmatrix}$$

la vitesse prend une valeur constante

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dv_x}{dt} \\ \frac{dv_y}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dt}(const_1) \\ \frac{d}{dt}(const_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$- P + f = m * a_z$
$- P + f = m * 0 = 0$
$P = f$
$m * g = k * {v_f}^2$
$k = m * g / {v_f}^2$

15 En déduire la valeur du coefficient de frottement k choisi pour la modélisation. Préciser l'unité de k.

question 16
$k = m * g / {v_f}^2$
$k = 75,0 * 9,81 / 5,0^2 = 29\ kg.m^{-1}$

unité de k

$$k = \frac{f}{v^2}$$

$$[k] = \frac{kg * m * s^{-2}}{m^2 * s^{-2}} = \frac{kg}{m}$$

16 Donner les caractéristiques (sens, direction et valeur) du vecteur accélération du système à la date t = 2 s . Commenter.

question 13

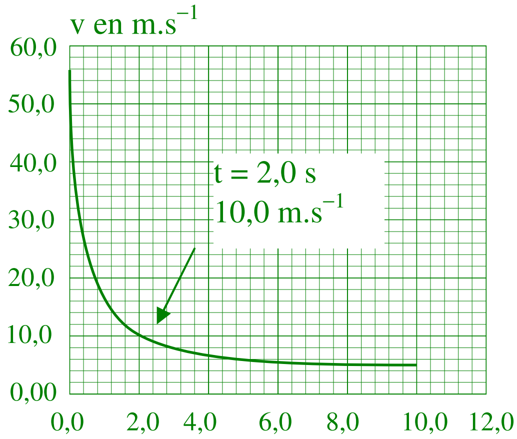
$$\begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ f \end{pmatrix} = m * \begin{pmatrix} a_x \\ a_z \end{pmatrix}$$

$m * a_z = - P + f$

$m * a_z = - m * g + k * v^2$

$$a_z = - g + \frac{k * v^2}{m} = -9{,}81 + \frac{29 * 10^2}{75{,}0} = 29\ m.s^{-2}$$

$a_x = 0$



vecteur accélération

direction : vertical

sens : vers le haut

norme : 29 $m.s^{-2}$

la vitesse de chute perd 29 $m.s^{-1}$ par seconde (la descente est fortement freinée)