Missions sur la lune

L'année 2019 a marqué le 50e anniversaire de la mission Apollo 11. En effet, le 20 juillet 1969, l'Homme marche pour la première fois sur la Lune.
Le but de cet exercice est d'étudier différents aspects des missions Apollo 11 et 16 : le décollage depuis la Terre, la mise en orbite autour de la Lune et une expérience de détermination de la valeur de l'intensité de la pesanteur lunaire.

Données

constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67.10^{-11}$ m^3.kg^{-1}.s^{-2}
masse de la Terre : $M_T = 5{,}97.10^{24}$ kg
masse de la Lune : $M_L = 7{,}34.10^{22}$ kg
masse du vaisseau Apollo 11 avec son module lunaire : $m_1 = 4{,}50.10^4$ kg
rayon de la Terre : $R_T = 6{,}37.10^3$ km
rayon de la Lune : $R_L = 1{,}73.10^3$ km
intensité de pesanteur terrestre : $g_T = 9{,}81$ m.s^{-2}

1 Décollage depuis la Terre de la mission Apollo 11

La fusée Saturn V est composée de trois étages contenant du carburant. Lorsqu'ils sont vides, ces étages se décrochent au fur et à mesure de la progression de la fusée.
Le 16 juillet 1969, la fusée Saturn V décolle de cap Canaveral en Floride en emportant l'équipage et le vaisseau Apollo 11 sur lequel est fixé un module lunaire. Elle met en orbite le vaisseau Apollo 11 qui effectue alors 1,5 tour autour de la Terre, afin de permettre la vérification de tous les paramètres du vol. Le vaisseau Apollo 11 est ensuite transféré sur une nouvelle trajectoire grâce au dernier étage de la fusée, qui va le mener à proximité de la Lune.
Pour toute cette partie, l'étude est effectuée dans le référentiel géocentrique dont l'origine est le centre de la Terre et dont les axes pointent vers des étoiles fixes ; le référentiel est supposé galiléen. La valeur de la vitesse du vaisseau Apollo 11 sur son orbite supposée circulaire de rayon $6{,}56.10^3$ km vaut $v_h = 7{,}79.10^3$ m.s^{-1}.

1.1 Calculer la valeur de la durée passée en orbite terrestre par l'équipage dans le vaisseau Apollo 11.

1.2 La valeur de l'énergie potentielle de pesanteur du vaisseau Apollo 11 en orbite terrestre est $Ep = -\ 2{,}74.10^{12}$ J, l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur étant prise nulle à grande distance de la Terre.

1.2.1 Calculer la valeur de l'énergie cinétique Ec du vaisseau en orbite terrestre.

1.2.2 En déduire la valeur de l'énergie mécanique Em du vaisseau en orbite terrestre.

1.3 La valeur de l'énergie mécanique Em_0 du vaisseau Apollo 11 avant le décollage est : $Em_0 = -2{,}81.10^{12}$ J.

1.3.1 Déterminer l'énergie minimale que doit fournir Saturn V pour mettre en orbite terrestre le vaisseau Apollo 11. Conclure, sachant que la fusée Saturn V est un lanceur qui a la capacité de fournir une énergie de l'ordre de 5.10^{12} J pour mettre un corps en orbite autour de la Terre.

1.3.2 Expliquer pourquoi l'énergie cinétique du vaisseau avant le décollage n'est pas nulle dans le référentiel géocentrique.

2 Michael Collins en orbite autour de la Lune lors de la mission Apollo 11

Le vaisseau Apollo 11 se trouve au voisinage de la Lune à une altitude $h_L = 110$ km par rapport au sol lunaire. A cet instant, le module lunaire se détache du vaisseau emportant à son bord les deux astronautes Buzz Aldrin et Neil Armstrong vers le sol lunaire. Le troisième astronaute Michael Collins reste seul en orbite dans le vaisseau qui est animé d'un mouvement supposé circulaire uniforme dans le référentiel

d'étude centré sur la Lune et supposé galiléen. Libéré de son module, le vaisseau possède alors une masse m_2 qui n'est plus que de $3{,}0.10^4$ kg environ.
Les deux astronautes restent 21 h et 36 min sur le sol lunaire.

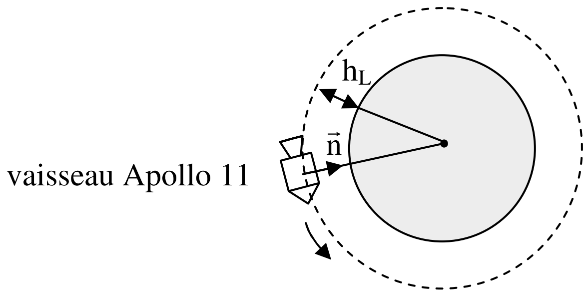


figure 1

vaisseau en orbite lunaire à une altitude h_L

On note $\vec{n}$ un vecteur unitaire choisi dans la direction vaisseau – centre de la Lune et dans le sens du vaisseau Apollo 11 vers la Lune (cf. figure 1). On considère que le vaisseau n'est soumis qu'à l'attraction de la Lune.

2.1 En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du vaisseau Apollo 11 à l'altitude h_L dans le référentiel d'étude.

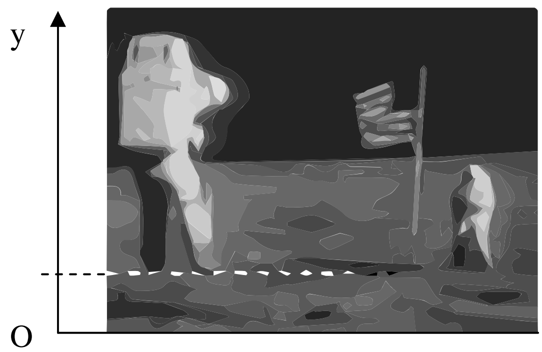
2.2 Montrer que la norme de la vitesse v du vaisseau Apollo 11 à l'altitude h_L a pour expression :

$$v = \sqrt{\frac{G * M_L}{R_L + h_L}}$$

2.3 Calculer la valeur de la période de révolution T du vaisseau Apollo 11, puis déterminer celle du nombre de tours autour de la Lune qu'a fait l'astronaute Michael Collins pendant le séjour des deux autres astronautes sur la Lune.

3 Saut de John Young lors de la mission Apollo 16

Lors de la mission Apollo 16 en 1972, l'astronaute John Young fait un grand saut vertical. Cette scène a été filmée et la vidéo est exploitée grâce à un logiciel de pointage. Une image de cette vidéo présentée ci-contre montre John Young au point le plus haut du saut, ses pieds étant alors situés à 60 cm au-dessus du sol.



On choisit l'axe Oy vertical, orienté vers le haut, l'origine O de cet axe étant situé au niveau du sol lunaire. On repère la position de John Young selon cet axe en pointant la position de ses pieds image par image.
La courbe y(t) donnée ci-dessous représente l'évolution de la position de John Young en fonction du temps pendant son saut sur la Lune. L'origine des dates, t = 0 s, est prise au début du saut.

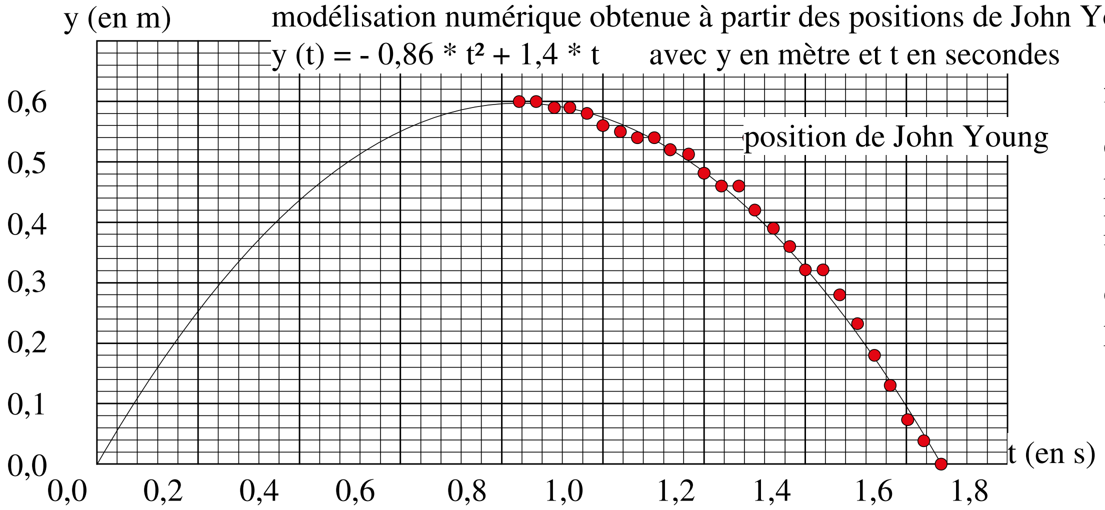


figure 2

évolution de la position de y des pieds de John Young en fonction du temps t pendant son saut sur la Lune

En l'absence d'atmosphère sur la Lune, on considère que le saut de John Young est une chute libre verticale.

3.1 En utilisant la modélisation numérique, déterminer l'expression numérique de la vitesse $v_y(t)$ de John Young. Calculer la valeur de la vitesse initiale v_{y0} de John Young.

3.2 Montrer que la valeur de l'intensité de la pesanteur lunaire g_L est d'environ 1,7 m.s^{-2}.

3.3 John Young, avec son scaphandre, a une masse totale d'environ 150 kg et il parvient pourtant à faire un saut vertical de 60 cm sur la Lune. Déterminer les valeurs de la hauteur et de la durée d'un saut vertical qu'aurait réalisé John Young avec son équipement sur la Terre avec la vitesse initiale v_{0y} dans le cadre du modèle de la chute libre. Commenter.
Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti. La démarche suivie est évaluée et nécessite donc d'être correctement présentée.

Corrigé

Missions sur la lune

L'année 2019 a marqué le 50e anniversaire de la mission Apollo 11. En effet, le 20 juillet 1969, l'Homme marche pour la première fois sur la Lune.
Le but de cet exercice est d'étudier différents aspects des missions Apollo 11 et 16 : le décollage depuis la Terre, la mise en orbite autour de la Lune et une expérience de détermination de la valeur de l'intensité de la pesanteur lunaire.

Données

constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67.10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
masse de la Terre : $M_T = 5{,}97.10^{24}$ kg
masse de la Lune : $M_L = 7{,}34.10^{22}$ kg
masse du vaisseau Apollo 11 avec son module lunaire : $m_1 = 4{,}50.10^4$ kg
rayon de la Terre : $R_T = 6{,}37.10^3$ km
rayon de la Lune : $R_L = 1{,}73.10^3$ km
intensité de pesanteur terrestre : $g_T = 9{,}81$ $m.s^{-2}$

1 Décollage depuis la Terre de la mission Apollo 11

La fusée Saturn V est composée de trois étages contenant du carburant. Lorsqu'ils sont vides, ces étages se décrochent au fur et à mesure de la progression de la fusée.
Le 16 juillet 1969, la fusée Saturn V décolle de cap Canaveral en Floride en emportant l'équipage et le vaisseau Apollo 11 sur lequel est fixé un module lunaire. Elle met en orbite le vaisseau Apollo 11 qui effectue alors 1,5 tour autour de la Terre, afin de permettre la vérification de tous les paramètres du vol.
Le vaisseau Apollo 11 est ensuite transféré sur une nouvelle trajectoire grâce au dernier étage de la fusée, qui va le mener à proximité de la Lune.
Pour toute cette partie, l'étude est effectuée dans le référentiel géocentrique dont l'origine est le centre de la Terre et dont les axes pointent vers des étoiles fixes ; le référentiel est supposé galiléen. La valeur de la vitesse du vaisseau Apollo 11 sur son orbite supposée circulaire de rayon $6{,}56.10^3$ km vaut $v_h = 7{,}79.10^3$ $m.s^{-1}$.

1.1 Calculer la valeur de la durée passée en orbite terrestre par l'équipage dans le vaisseau Apollo 11.

longueur de l'orbite supposée circulaire
$L = 2 * \pi * R = 2 * \pi * 6{,}56.10^6 = 4{,}12.10^7$ m

sur une orbite circulaire la vitesse est constante
$L = v_h * T$
$T = L / v_h = 4{,}12.10^7 / 7{,}79.10^3 = 5{,}29.10^3$ s

durée passée en orbite terrestre par l'équipage
$1{,}5 * T = 1{,}5 * 5{,}29.10^3 = 7{,}9.10^3$ s (= 2 h 12 min)

1.2 La valeur de l'énergie potentielle de pesanteur du vaisseau Apollo 11 en orbite terrestre est $Ep = - 2{,}74.10^{12}$ J, l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur étant prise nulle à grande distance de la Terre.

1.2.1 Calculer la valeur de l'énergie cinétique Ec du vaisseau en orbite terrestre.

$E_c = ½ * m * v_h^2 = ½ * 4{,}50.10^4 * (7{,}79\ 10^3)^2 = 1{,}37\ 10^{12}$ J

1.2.2 En déduire la valeur de l'énergie mécanique Em du vaisseau en orbite terrestre.

$Em = Ec + Ep = 1{,}37\ 10^{12} - 2{,}74.10^{12} = -1{,}37\ 10^{12}$ J

1.3 La valeur de l'énergie mécanique Em_0 du vaisseau Apollo 11 avant le décollage est : $Em_0 = -2{,}81.10^{12}$ J.

1.3.1 Déterminer l'énergie minimale que doit fournir Saturn V pour mettre en orbite terrestre le vaisseau Apollo 11. Conclure, sachant que la fusée Saturn V est un lanceur qui a la capacité de fournir une énergie de l'ordre de 5.10^{12} J pour mettre un corps en orbite autour de la Terre.

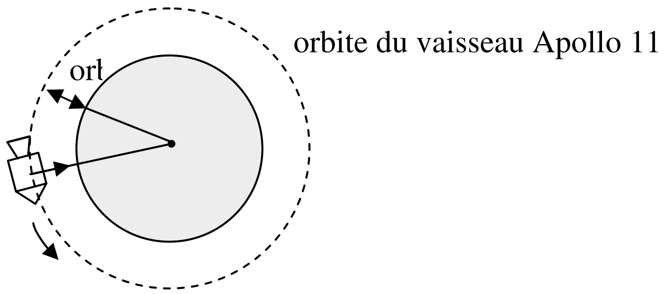
$Em_0 + E_{Saturn\ V} = Em$
$E_{Saturn\ V} = Em - Em_0 = -1{,}37\ 10^{12} - (-2{,}81.10^{12}) = 1{,}44.10^{5}$ J
la fusée Saturn V est capable de fournir une énergie bien suffisante pour mettre en orbite terrestre le vaisseau Apollo 11

1.3.2 Expliquer pourquoi l'énergie cinétique du vaisseau avant le décollage n'est pas nulle dans le référentiel géocentrique.

dans le référentiel géocentrique (l'observateur est au centre de la Terre et des axes de coordonnées pointent vers des étoiles lointaines ; c'est à dire pratiquement fixes) un point à la surface de la Terre n'est pas immobile (rotation de la terre autour de son axe)

2 Michael Collins en orbite autour de la Lune lors de la mission Apollo 11

Le vaisseau Apollo 11 se trouve au voisinage de la Lune à une altitude $h_L = 110$ km par rapport au sol lunaire. A cet instant, le module lunaire se détache du vaisseau emportant à son bord les deux astronautes Buzz Aldrin et Neil Armstrong vers le sol lunaire. Le troisième astronaute Michael Collins reste seul en orbite dans le vaisseau qui est animé d'un mouvement supposé circulaire uniforme dans le référentiel d'étude centré sur la Lune et supposé galiléen. Libéré de son module, le vaisseau possède alors une masse m_2 qui n'est plus que de $3{,}0.10^4$ kg environ.
Les deux astronautes restent 21 h et 36 min sur le sol lunaire.



On note $\vec{n}$ un vecteur unitaire choisi dans la direction vaisseau – centre de la Lune et dans le sens du vaisseau Apollo 11 vers la Lune (cf. figure 1). On considère que le vaisseau n'est soumis qu'à l'attraction de la Lune.

2.1 En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du vaisseau Apollo 11 à l'altitude h_L dans le référentiel d'étude.

deuxième loi de Newton dans le référentiel d'étude centré sur la Lune et supposé galiléen

$\vec{F}_{L/Apollo} = m_2 * \vec{a}$

$$G * \frac{M_L * m_2}{(R_L + h_L)^2} * \vec{n} = m_2 * \vec{a}$$

$$\vec{a} = G * \frac{M_L}{(R_L + h_L)^2} * \vec{n}$$

2.2 Montrer que la norme de la vitesse v du vaisseau Apollo 11 à l'altitude h_L a pour expression :

$$v = \sqrt{\frac{G * M_L}{R_L + h_L}}$$

expression du vecteur accélération dans le repère de Frenet dans le cadre de l'approximation d'une orbite circulaire

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} * \vec{t} + \left(\frac{v^2}{R_T + z}\right) * \vec{n} \qquad (1)$$

expression vectorielle de l'accélération $\vec{a}$

$$\vec{a} = G * \frac{M_L}{(R_L + h_L)^2} * \vec{n} \qquad (2)$$

(1) et (2)

$$G * \frac{M_L}{(R_L + h_L)^2} = \left(\frac{v^2}{R_L + h_L}\right)$$

$$\frac{G * M_L}{R_L + h_L} = v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{G * M_L}{R_L + h_L}}$$

2.3 Calculer la valeur de la période de révolution T du vaisseau Apollo 11, puis déterminer celle du nombre de tours autour de la Lune qu'a fait l'astronaute Michael Collins pendant le séjour des deux autres astronautes sur la Lune.

énoncé : l'orbite est circulaire
de longueur $L = 2 * \pi * (R_L + h_L)$

question 2.2 : la vitesse du satellite est constante (G, M_L, R_L et h_L sont const)
v = L / T (vitesse = distance / durée)

période de révolution T du vaisseau Apollo 11

$$T = \frac{v}{L} = \frac{2 * \pi * (R_L + h_L)}{\sqrt{\frac{G * M_L}{R_L + h_L}}} = \sqrt{\frac{4 * \pi^2 * (R_L + h_L)^3}{G * M_L}}$$

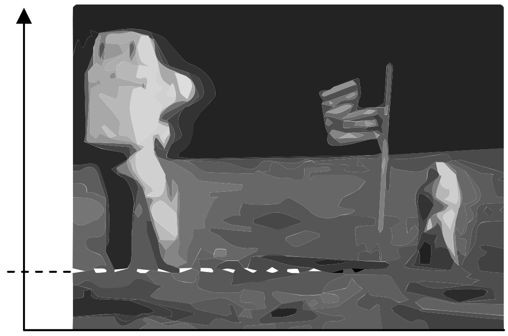
$$T = \sqrt{\frac{4 * \pi^2 * (1{,}73.10^6 + 1{,}10.10^5)^3}{6{,}67.10^{-11} * 7{,}34.10^{22}}} = 7{,}09.10^3 \text{ s} \quad (= 1\text{h } 58\text{min } 7\text{s})$$

énoncé : les deux astronautes restent 21 h et 36 min sur le sol lunaire
21 h et 36 min = $7{,}8.10^4$ s

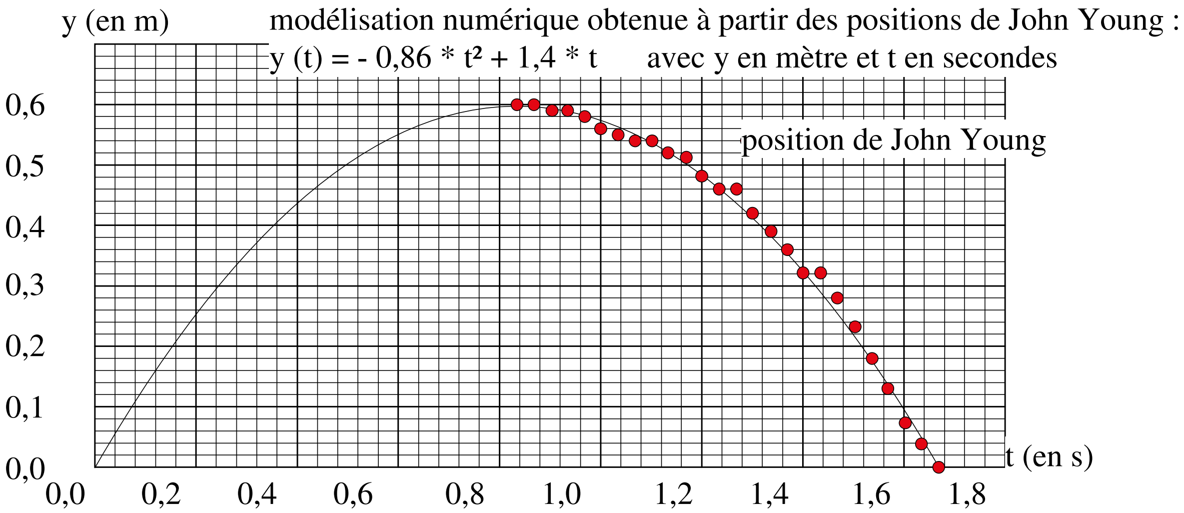
nombre de tours autour de la Lune
$7{,}8.10^4 / 7{,}09.10^3$ = 11 tours

3 Saut de John Young lors de la mission Apollo 16

Lors de la mission Apollo 16 en 1972, l'astronaute John Young fait un grand saut vertical. Cette scène a été filmée et la vidéo est exploitée grâce à un logiciel de pointage. Une image de cette vidéo présentée ci-contre montre John Young au point le plus haut du saut, ses pieds étant alors situés à 60 cm au-dessus du sol.



On choisit l'axe Oy vertical, orienté vers le haut, l'origine O de cet axe étant situé au niveau du sol lunaire. On repère la position de John Young selon cet axe en pointant la position de ses pieds image par image.
La courbe y(t) donnée ci-dessous représente l'évolution de la position de John Young en fonction du temps pendant son saut sur la Lune. L'origine des dates, t = 0 s, est prise au début du saut.



En l'absence d'atmosphère sur la Lune, on considère que le saut de John Young est une chute libre verticale.

3.1 En utilisant la modélisation numérique, déterminer l'expression numérique de la vitesse $v_y(t)$ de John Young. Calculer la valeur de la vitesse initiale v_{y0} de John Young.

énoncé : y (t) = - 0,86 * t² + 1,4 * t

$$v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} = -1{,}72 * t + 1{,}4$$

$$v_{y0} = v_y(t = 0) = -1{,}72 * 0 + 1{,}4 = 1{,}4 \text{ m.s}^{-1}$$

3.2 Montrer que la valeur de l'intensité de la pesanteur lunaire g_L est d'environ 1,7 m.s^{-2}.

2ème loi de Newton dans un référentiel lié à la surface de la Lune supposé galiléen

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m * \vec{a}$$

$$\vec{P} = m * \vec{a}$$

$$m * \vec{g}_L = m * \vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g}_L$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g_L \end{pmatrix}$$

$$g_L = - a_y = - \frac{dv_y(t)}{dt} = 1{,}72 \text{ m.s}^{-2}$$

3.3 John Young, avec son scaphandre, a une masse totale d'environ 150 kg et il parvient pourtant à faire un saut vertical de 60 cm sur la Lune. Déterminer les valeurs de la hauteur et de la durée d'un saut vertical qu'aurait réalisé John Young avec son équipement sur la Terre avec la vitesse initiale v_{0y} dans le cadre du modèle de la chute libre. Commenter.
Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti. La démarche suivie est évaluée et nécessite donc d'être correctement présentée.

par analogie avec les questions 3.1 et 3.2
$g_T = - a_y = 9{,}81 \text{ m.s}^{-2}$
$v_y (t) = - g_T * t + 1{,}4$
$y (t) = - ½ * g_T * t^2 + 1{,}4 * t$

au sommet de sa trajectoire la vitesse $v_y (t_S)$ est nulle
$0 = - 9{,}81 * t_S + 1{,}4$
$t_S = 0{,}14$ s
$y (t_S) = - 4{,}90 * t_S^2 + 1{,}4 * t_S = - 4{,}90 * 0{,}14^2 + 1{,}4 * 0{,}14 = 0{,}10$ m

le saut est 6 fois moins haut (la pesanteur est 6 fois plus importante sur Terre)