

## Mesures d'épaisseur

Dans l'industrie, le contrôle qualité de l'épaisseur de matériau fabriqué est important pour respecter le cahier des charges. Plusieurs principes physiques sont utilisés pour déterminer l'épaisseur d'une plaque de métal, de verre, de films plastiques, etc.

Une pochette plastique est constituée de deux films plastiques entre lesquels des documents papier peuvent être rangés. Selon les fabricants, l'épaisseur « e » du film plastique utilisé varie de 50  $\mu\text{m}$  à 120  $\mu\text{m}$ .

L'objectif de cet exercice est d'étudier deux méthodes pour déterminer l'épaisseur d'un film plastique utilisé dans la fabrication d'une pochette plastique lisse incolore.

### Données

- expression de la capacité C d'un condensateur constitué de deux armatures métalliques de surface S, exprimée en  $\text{m}^2$ , séparées par une pochette plastique (2 films) d'épaisseur  $2 * e$ , exprimée en m :  
 $C = 1,95 \cdot 10^{-11} * S / (2 * e)$
- indice de réfraction du film plastique :  $n = 1,49$

#### 1 Mesure optique de l'épaisseur du film plastique

On utilise d'abord un microscope représenté en figure 1 et dont une modélisation optique est donnée en figure 2.

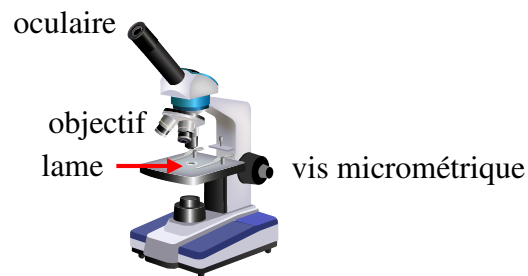


figure 1

photographie d'un microscope

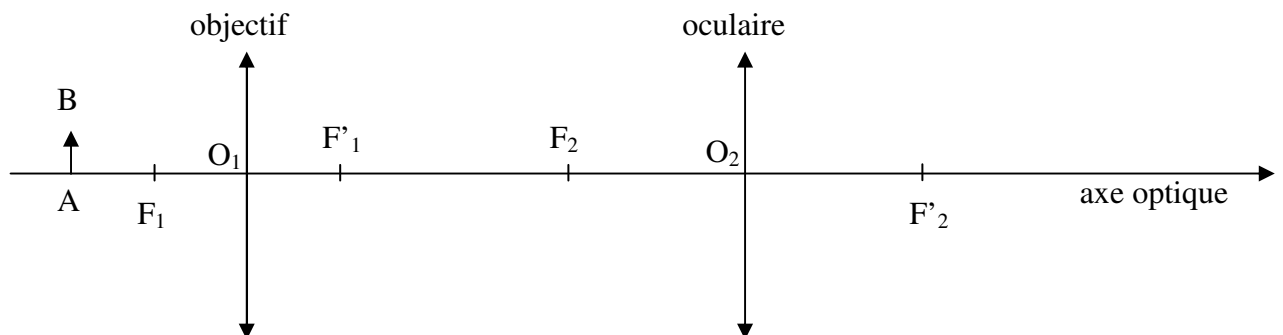


figure 2 modélisation d'un microscope

- 1.1 Sur la figure 2, construire l'image intermédiaire  $A_1B_1$  de l'objet AB à travers l'objectif puis l'image définitive  $A_2B_2$  de  $A_1B_1$  à travers l'oculaire.
- 1.2 Donner les caractéristiques de l'image définitive  $A_2B_2$ .
- 1.3 Un expérimentateur désire observer l'objet à travers le microscope sans accommoder. Dans ce cas, l'image définitive  $A_2B_2$  donnée par le microscope doit se situer à l'infini. Indiquer où doit se former l'image intermédiaire  $A_1B_1$  pour satisfaire à cette condition.

On trace un trait de chaque côté du film plastique et on le pose sur le microscope.

On fait successivement la mise au point sur chaque trait tracé sur le morceau de film en tournant une vis micrométrique. On photographie la vis micrométrique (figure 3). Le constructeur indique qu'un déplacement de la vis entre la graduation 0 et la graduation 10 correspond à un déplacement de 20  $\mu\text{m}$ .



figure 3  
photographies de la vis micrométrique

photo du réglage de la vis micrométrique lors de la mise au point sur le 1er trait



photo du réglage de la vis micrométrique lors de la mise au point sur le 2ème trait

1.4 Déterminer la valeur de l'épaisseur « e » du film plastique sachant que le déplacement de la vis micrométrique entre ces deux mises au point est  $e/n$ . Commenter le résultat.

## 2 Mesure capacitive de l'épaisseur du film plastique

Pour faire une deuxième mesure de l'épaisseur du film plastique, on réalise un condensateur à l'aide de deux feuilles d'aluminium identiques de dimensions  $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$  entre lesquelles la pochette plastique est intercalée. Le tout est maintenu serré. Ce condensateur est utilisé dans un montage électrique dont le schéma est donné en figure 5.

Ce montage électrique est constitué d'un générateur, considéré comme une source de tension idéale qui fournit une tension  $E$ , d'un conducteur ohmique de résistance variable  $R$  et du condensateur réalisé de capacité  $C$ .

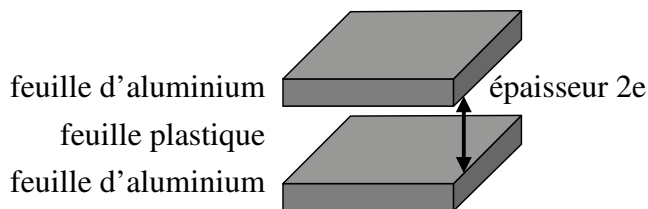


figure 4  
coupe du condensateur réalisé  
(sans souci d'échelle)

Un système d'acquisition, non représenté sur la figure 5, permet d'enregistrer l'évolution de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur au cours du temps. À la date  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur. Le condensateur est initialement déchargé.

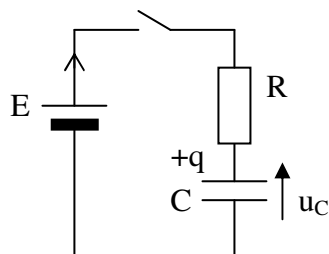


figure 5  
schéma électrique du montage

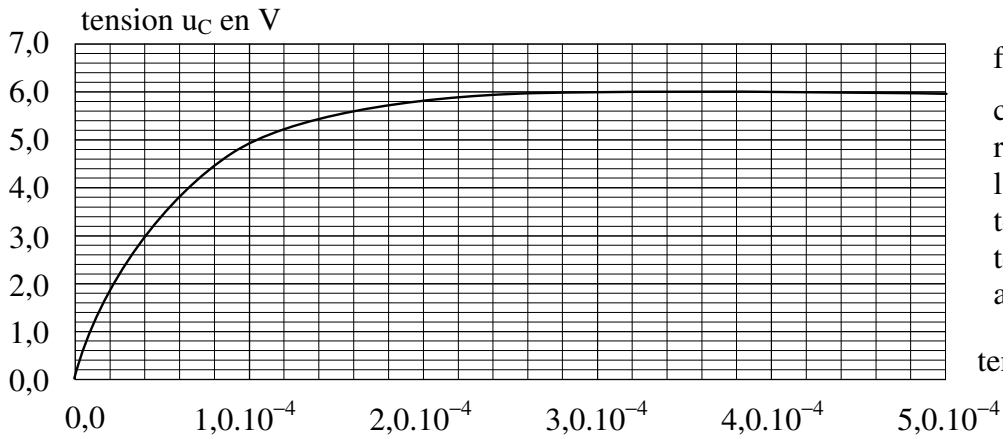


figure 6  
 courbe expérimentale  
 représentant  
 l'évolution de la  
 tension  $u_C$  au cours du  
 temps  
 avec  $R = 1,00 \cdot 10^4 \Omega$   
 temps en s

- 2.1 Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur pour  $t \geq 0$ .
- 2.2 La solution générale de l'équation différentielle est  $u_C(t) = A * \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + B$ . Déterminer l'expression des constantes A, B et  $\tau$  en fonction de E, R et C.
- 2.3 Déterminer la valeur de la constante B et la valeur du temps caractéristique R à l'aide de la figure 6 en expliquant la démarche suivie.
- 2.4 Déterminer la valeur de la capacité C du condensateur réalisé.
- 2.5 En déduire la valeur de l'épaisseur du film plastique utilisé pour fabriquer la pochette. Commenter le résultat.

# Corrigé

## Mesures d'épaisseur

Dans l'industrie, le contrôle qualité de l'épaisseur de matériau fabriqué est important pour respecter le cahier des charges. Plusieurs principes physiques sont utilisés pour déterminer l'épaisseur d'une plaque de métal, de verre, de films plastiques, etc.

Une pochette plastique est constituée de deux films plastiques entre lesquels des documents papier peuvent être rangés. Selon les fabricants, l'épaisseur « e » du film plastique utilisé varie de 50  $\mu\text{m}$  à 120  $\mu\text{m}$ .

L'objectif de cet exercice est d'étudier deux méthodes pour déterminer l'épaisseur d'un film plastique utilisé dans la fabrication d'une pochette plastique lisse incolore.

### Données

- expression de la capacité C d'un condensateur constitué de deux armatures métalliques de surface S, exprimée en  $\text{m}^2$ , séparées par une pochette plastique (2 films) d'épaisseur  $2 * e$ , exprimée en m :  
 $C = 1,95 \cdot 10^{-11} * S / (2 * e)$
- indice de réfraction du film plastique :  $n = 1,49$

#### 1 Mesure optique de l'épaisseur du film plastique

On utilise d'abord un microscope représenté en figure 1 et dont une modélisation optique est donnée en figure 2.

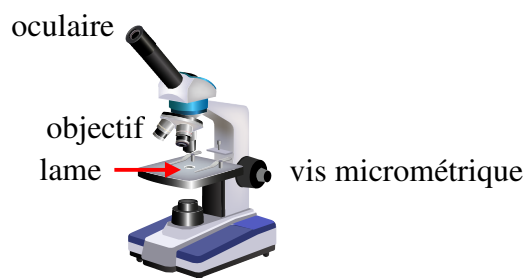


figure 1  
photographie d'un microscope

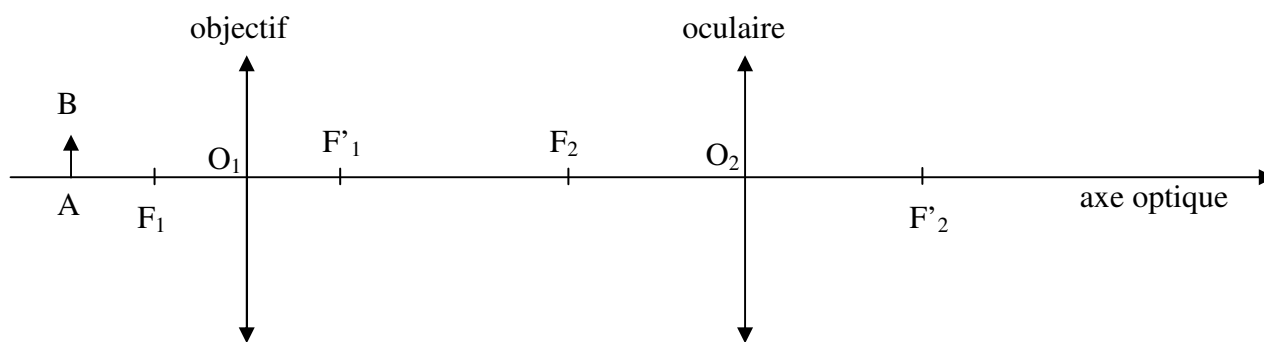
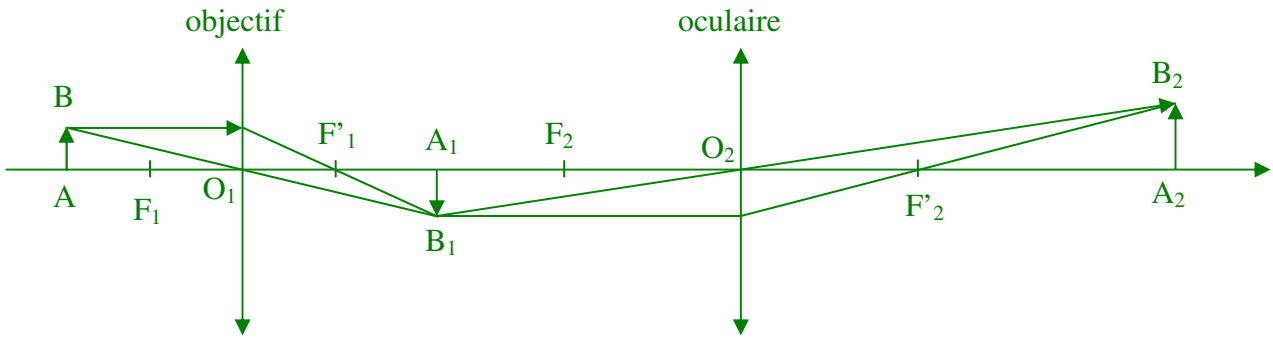


figure 2  
modélisation d'un microscope

- 1.1 Sur la figure 2, construire l'image intermédiaire  $A_1B_1$  de l'objet AB à travers l'objectif puis l'image définitive  $A_2B_2$  de  $A_1B_1$  à travers l'oculaire.



1.2 Donner les caractéristiques de l'image définitive  $A_2B_2$ .

l'image  $A_2B_2$  est réelle (elle peut être visionnée sur un écran) et droite (même sens que l'objet)

1.3 Un expérimentateur désire observer l'objet à travers le microscope sans accommoder. Dans ce cas, l'image définitive  $A_2B_2$  donnée par le microscope doit se situer à l'infini. Indiquer où doit se former l'image intermédiaire  $A_1B_1$  pour satisfaire à cette condition.

l'image intermédiaire  $A_1B_1$  doit se trouver au foyer objet  $F_2$  de l'oculaire  
 l'image définitive  $A_2B_2$  se trouve alors à l'infini  
 l'œil observe sans accommoder

On trace un trait de chaque côté du film plastique et on le pose sur le microscope.  
 On fait successivement la mise au point sur chaque trait tracé sur le morceau de film en tournant une vis micrométrique. On photographie la vis micrométrique (figure 3). Le constructeur indique qu'un déplacement de la vis entre la graduation 0 et la graduation 10 correspond à un déplacement de  $20 \mu\text{m}$ .



photo du réglage de la vis micrométrique lors de la mise au point sur le 1er trait

figure 3  
 photographies de la vis micrométrique



photo du réglage de la vis micrométrique lors de la mise au point sur le 2ème trait

1.4 Déterminer la valeur de l'épaisseur « e » du film plastique sachant que le déplacement de la vis micrométrique entre ces deux mises au point est  $e/n$ . Commenter le résultat.

figure 3 (à gauche)  
 graduation de la vis micrométrique : 128

figure 3 (à droite)  
 graduation de la vis micrométrique : 150

nombre de graduations entre les deux positions de la vis micrométrique  
 $150 - 128 = 22$  graduations

déplacement de l'objectif correspondant

10 graduations  $\rightarrow 20 \mu\text{m}$

22 graduations  $\rightarrow e / n$

$e / n = 44 \mu\text{m}$

$e = n * 44 = 1,49 * 44 = 66 \mu\text{m}$

## 2 Mesure capacitive de l'épaisseur du film plastique

Pour faire une deuxième mesure de l'épaisseur du film plastique, on réalise un condensateur à l'aide de deux feuilles d'aluminium identiques de dimensions  $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$  entre lesquelles la pochette plastique est intercalée. Le tout est maintenu serré. Ce condensateur est utilisé dans un montage électrique dont le schéma est donné en figure 5.

Ce montage électrique est constitué d'un générateur, considéré comme une source de tension idéale qui fournit une tension  $E$ , d'un conducteur ohmique de résistance variable  $R$  et du condensateur réalisé de capacité  $C$ .

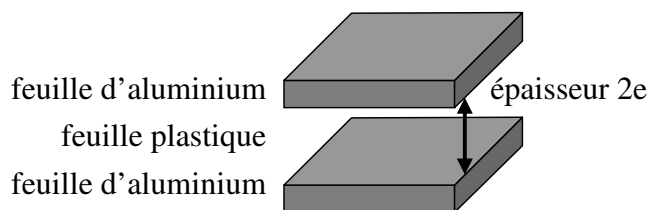


figure 4

coupe du condensateur réalisé  
 (sans souci d'échelle)

Un système d'acquisition, non représenté sur la figure 5, permet d'enregistrer l'évolution de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur au cours du temps. À la date  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur. Le condensateur est initialement déchargé.

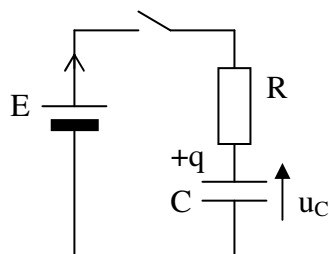


figure 5

schéma électrique du montage

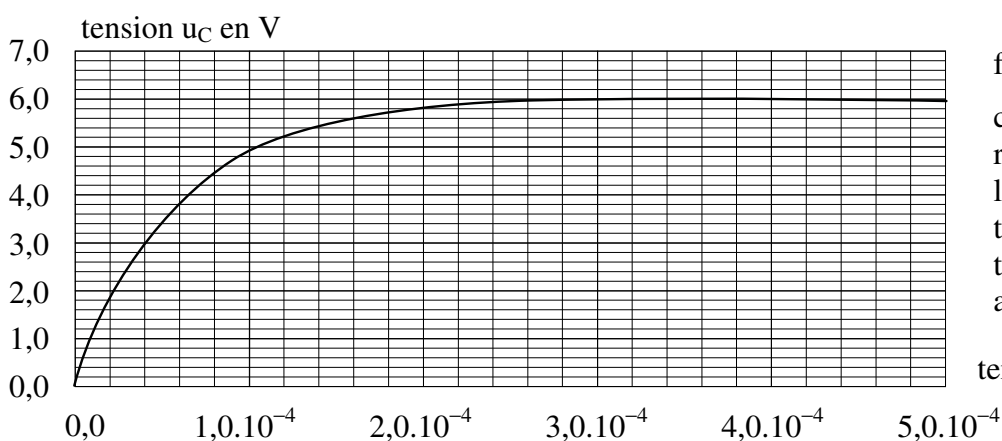


figure 6

courbe expérimentale  
 représentant  
 l'évolution de la  
 tension  $u_C$  au cours du  
 temps  
 avec  $R = 1,00 \cdot 10^4 \Omega$

temps en s

### 2.1 Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur pour $t \geq 0$ .

loi des mailles

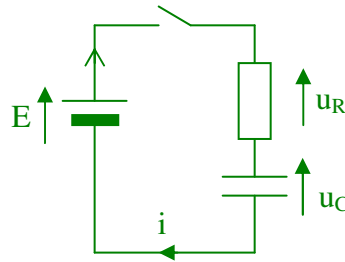
$$E = u_R + u_C$$

loi d'Ohm

$$E = R * i + u_C$$

définition du courant électrique

$$E = R * \frac{dq}{dt} + u_C$$



relation charge-tension aux bornes du condensateur

$$E = R * C * \frac{du_C}{dt} + u_C$$

- 2.2 La solution générale de l'équation différentielle est  $u_C(t) = A * \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + B$ . Déterminer l'expression des constantes A, B et  $\tau$  en fonction de E, R et C.

condition aux limites (  $t = \infty$  )

$$u_C(\infty) = A * \exp\left(-\frac{\infty}{\tau}\right) + B = A * 0 + B = B$$

le condensateur est chargé (  $u_C = \text{const}$  ) et le courant est nul (  $i = C * \frac{du_C}{dt} = C * 0 = 0$  )

équation de la question 2.1

$$E = R * i_{\infty} + u_{C\infty}$$

$$E = R * 0 + u_{C\infty}$$

$$E = u_{C\infty}$$

$$\mathbf{E = B}$$

condition initiale (  $t = 0$  )

$$u_C(0) = A * \exp\left(-\frac{0}{\tau}\right) + B$$

$$u_C(0) = A + B$$

le condensateur est initialement déchargé (  $u_C(0) = 0 \text{ V}$  ; énoncé )

$$0 = A + B$$

$$\mathbf{A = -E}$$

$$u_C(t) = -E * \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + E \quad (1)$$

dérivation

$$(1) : \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} * \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (2)$$

équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur

$$E = R * C * \frac{du_C}{dt} + u_C$$

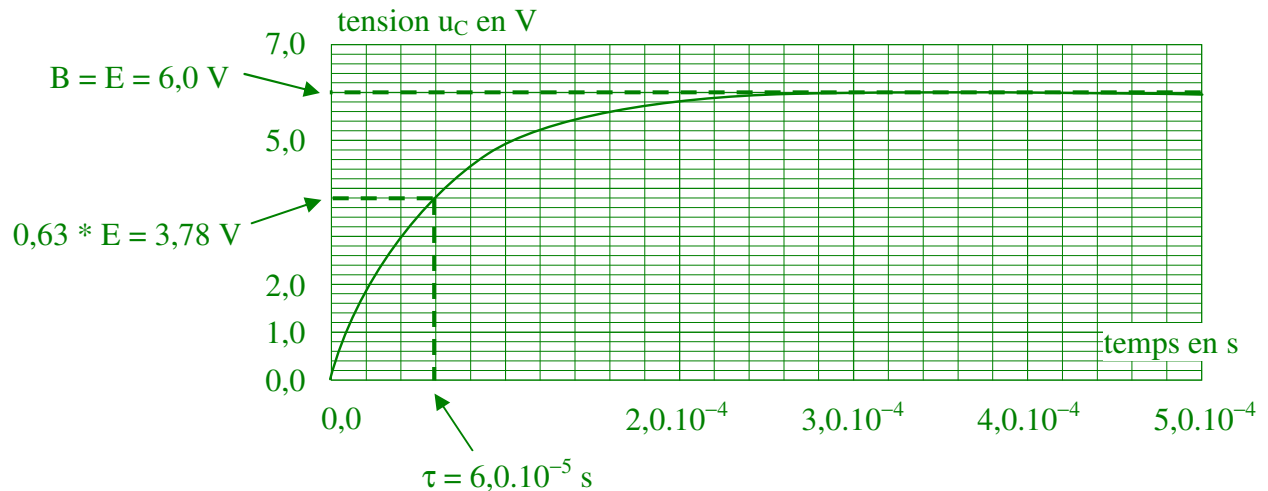
$$(1) \text{ et } (2) : E = R * C * \frac{E}{\tau} * \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - E * \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + E$$

$$0 = \frac{R * C}{\tau} * \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$\frac{R * C}{\tau} = 1$$

$$R * C = \tau$$

- 2.3 Déterminer la valeur de la constante B et la valeur du temps caractéristique R à l'aide de la figure 6 en expliquant la démarche suivie.



- 2.4 Déterminer la valeur de la capacité C du condensateur réalisé.

question 2.3 :  $\tau = 6,0 \cdot 10^{-5} \text{ s}$

question 2.2 :  $\tau = R * C$

$$C = \tau / R = 6,0 \cdot 10^{-5} / 1,00 \cdot 10^4 = 6,0 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

- 2.5 En déduire la valeur de l'épaisseur du film plastique utilisé pour fabriquer la pochette. Commenter le résultat.

énoncé : film plastique de dimensions  $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$

$$S = 0,20 * 0,20 = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

énoncé :  $C = 1,95 \cdot 10^{-11} * S / (2 * e)$

$$e = 1,95 \cdot 10^{-11} * S / (2 * C)$$

$$e = 1,95 \cdot 10^{-11} * 4,0 \cdot 10^{-2} / (2 * 6,0 \cdot 10^{-9})$$

$$e = 6,5 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 65 \text{ } \mu\text{m}$$

énoncé

« selon les fabricants, l'épaisseur « e » du film plastique utilisé varie de  $50 \text{ } \mu\text{m}$  à  $120 \text{ } \mu\text{m}$  »

l'épaisseur déterminée est en accord avec la valeur des fabricants