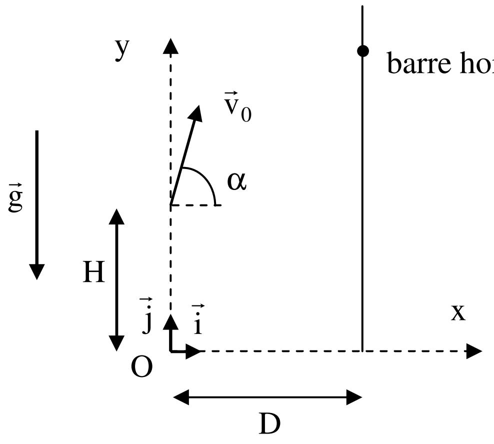
Un sport traditionnel : le lancer de gerbe de paille

Le lancer de gerbe de paille est une activité sportive, issue du domaine agricole, qui se pratique aujourd'hui en compétition. Le but du jeu est de lancer, à l'aide d'une fourche, une gerbe de paille, assimilable à un parallélépipède rectangle de longueur 0,60 m, de largeur 0,40 m et d'épaisseur 0,40 m, au-dessus d'une barre horizontale placée à une hauteur bien précise.

A Etude du lancer

On modélise la situation en compétition de la manière suivante :



les échelles de longueur ne sont pas respectées sur le schéma.

- la gerbe de paille de masse m = 7,257 kg est assimilée à un point matériel M, correspondant au centre masse
- à l'instant initial, M se trouve au point M_0 tel que $OM_0 = H = 2{,}80$ m
- le lanceur se trouve à la distance D = 2,0 m de la base des supports de la barre horizontale
- l'étude débute à t = 0 quand la gerbe de paille vient de quitter la fourche (au point M_0) avec une vitesse initiale représentée par le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ incliné d'un angle $\alpha = 80°$ par rapport à l'horizontale. La valeur de la vitesse initiale est $v_0 = 9{,}0\ m.s^{-1}$
- on suppose que la trajectoire de M s'effectue dans le plan xOy
- la barre horizontale est à une hauteur de 4,50 m par rapport au sol
- l'action de l'air est négligée
- le champ de pesanteur, considéré comme uniforme, vaut $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

On étudie le mouvement de M dans le référentiel terrestre dont le repère xOy est défini sur le schéma introductif.

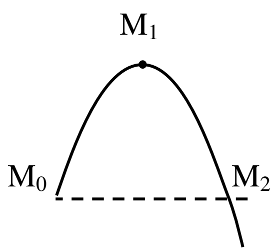
A.1 Utiliser la deuxième loi de Newton pour déterminer les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération de M.

A.2 Montrer que les équations horaires du mouvement de M s'expriment sous la forme :
$x(t) = v_0 * t * \cos(\alpha)$
$y(t) = - ½ * g * t^2 + v_0 * t * \sin(\alpha) + H$

A.3 En déduire l'équation de la trajectoire y(x) de M.

A.4 A l'aide d'une analyse quantitative, indiquer si la gerbe de paille franchira, ou pas, la barre horizontale.

On s'intéresse à trois positions particulières de M sur sa trajectoire parabolique : la position initiale M_0, le point M_1 au sommet de la trajectoire et le point M_2 à la même hauteur que M_0 par lequel passe M lors de la phase descendante du mouvement.



L'énergie potentielle de pesanteur est choisie nulle au niveau du sol.

A.5 Calculer la valeur de l'énergie cinétique et celle de l'énergie potentielle de pesanteur du système en M_0.

A.6 Indiquer par un raisonnement détaillé si chacune des trois propositions suivantes est vraie, ou fausse, lorsque l'on néglige l'action de l'air.

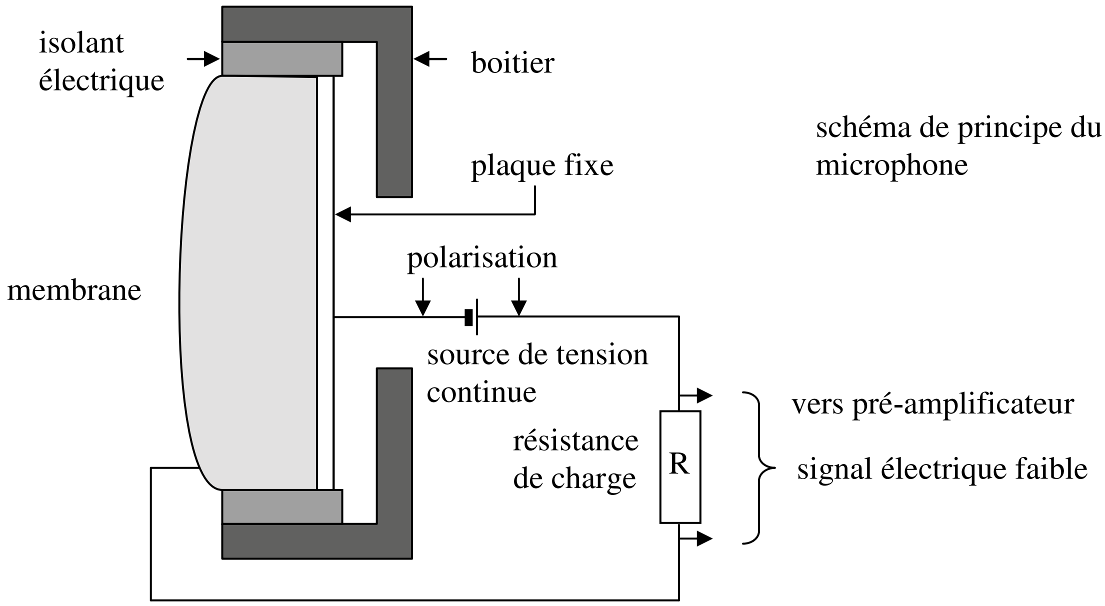
proposition I : l'énergie mécanique est maximale en M_0
proposition II : l'énergie cinétique est nulle en M_1
proposition III : l'énergie cinétique en M_2 est inférieure à l'énergie cinétique en M_0

En réalité, l'action de l'air ne peut pas être négligée.

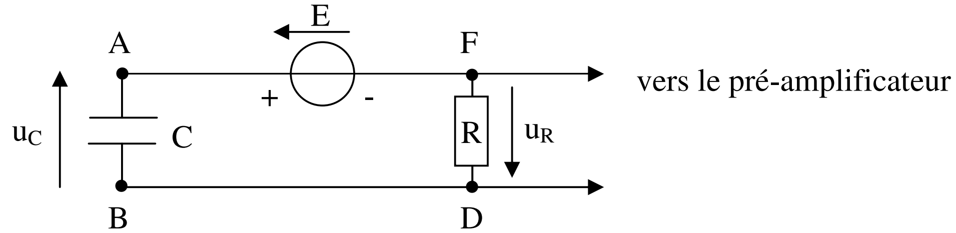
A.7 Indiquer par un raisonnement détaillé si chacune des trois propositions de la question A.6. reste vraie, ou fausse, lorsqu'on ne néglige plus l'action de l'air.

B Le microphone de l'animateur

L'animateur de la compétition du lancer de gerbe de paille utilise un microphone relié à une enceinte acoustique par l'intermédiaire d'un amplificateur de puissance.
Le microphone utilisé lors de la compétition est un transducteur électroacoustique. Il permet de convertir un signal acoustique en un signal électrique.



Le condensateur présent dans le microphone est formé de deux armatures ; la première est constituée d'une membrane mobile en plastique recouverte d'une fine pellicule métallique, la seconde est constituée d'une plaque métallique fixe. Lorsque le microphone ne capte pas de son, la distance entre les deux armatures est de l'ordre de 15 à 25 µm.
En outre, pour fonctionner, le condensateur doit être chargé ; on insère donc une source de tension continue qui n'a pas d'effet sur le signal électrique de sortie envoyé vers le pré-amplificateur.
On modélise alors le microphone par le circuit électrique suivant :



Tension continue délivrée par la source idéale : E = 48 V
Résistance du conducteur ohmique de charge : $R = 100.10^6\ \Omega$
Capacité du condensateur : C

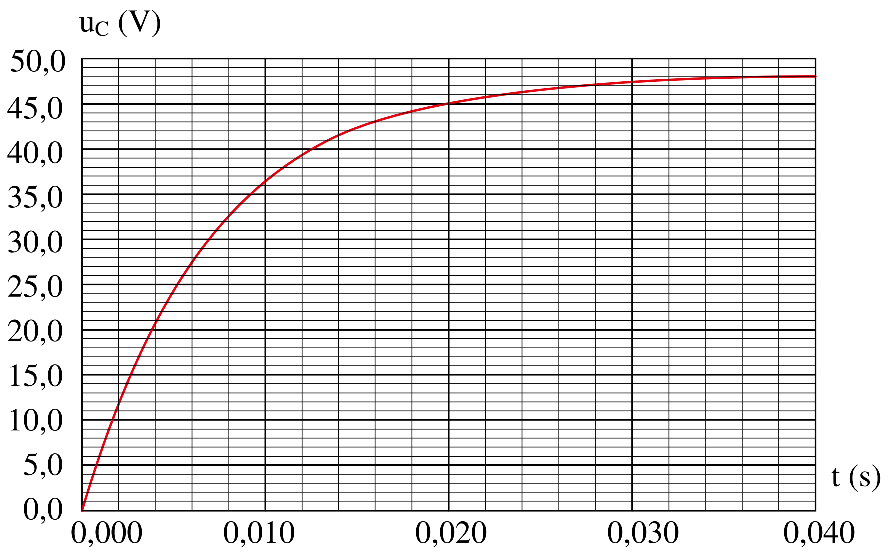
Pour fonctionner, le condensateur doit rester chargé. On étudie la phase de charge, le microphone ne captant pas de son.

B.1 Etablir la relation entre la tension E aux bornes de la source de tension idéale, la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique.

B.2 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ lors de la charge est de la forme :

$$E = R * C * \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

Grâce à un dispositif approprié, on mesure la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lors de sa charge. On obtient la courbe suivante.



évolution temporelle de la tension aux bornes du condensateur

Cette courbe peut être modélisée par une des trois fonctions mathématiques proposées ci-dessous :

fonction 1 : $u_C(t) = E * \left(1 - \exp\left(\frac{t}{R * C}\right)\right)$

fonction 2 : $uc(t) = E * \exp\left(-\frac{t}{R * C}\right)$

fonction 3 : $u_C(t) = E * \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R * C}\right)\right)$

B.3 En exploitant la courbe, indiquer par un raisonnement argumenté la fonction qui modélise la charge du condensateur.

B.4 Vérifier que la fonction retenue est solution de l'équation différentielle établie à la question B.2.

La capacité C d'un condensateur plan constitué de deux armatures métalliques de surface S en regard l'une de l'autre, séparées d'une distance d, est donnée par la relation $C = \varepsilon * \frac{S}{d}$ avec ε la permittivité de l'air entre les deux armatures du condensateur. Pour le microphone étudié, le produit de la permittivité de l'air par la surface est : $\varepsilon * S = 1{,}4.10^{-15}$ F.m.

B.5 En exploitant la courbe et en explicitant le raisonnement, déterminer la valeur de la distance d séparant les deux armatures quand le microphone fonctionne mais qu'il ne capte pas de son.

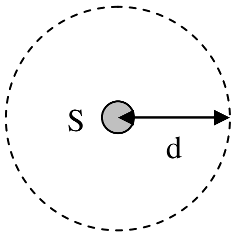
Sous l'effet des ondes sonores émises par l'animateur, la membrane se déplace en entraînant une modification de la distance entre les deux armatures du condensateur. La tension de sortie envoyée vers le pré-amplificateur est alors l'image des ondes sonores captées par le microphone.

B.6 Justifier par un raisonnement détaillé l'évolution de la capacité du condensateur lorsque la distance séparant les deux armatures diminue.

C L'enceinte

Une source S, émettant des ondes sonores de puissance P, est isotrope si elle émet la même quantité d'énergie dans toutes les directions. L'intensité sonore mesurée, notée I, dépend alors de la distance d à la source selon la relation : $I = \dfrac{P}{4 * \pi * d^2}$ avec I en $W.m^{-2}$; P en W et d en m.

Le niveau d'intensité sonore, noté L, est lié à l'intensité sonore par la relation : $L = 10 * \log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$ avec L exprimé en dB, I en $W.m^{-2}$ et $I_0 = 1{,}0.10^{-12}$ $W.m^{-2}$.



Le microphone est relié, par l'intermédiaire d'un amplificateur de puissance, à une enceinte.
L'intensité sonore mesurée à 1,0 m devant l'enceinte vaut : $I_1 = 3{,}2.10^{-3}$ $W.m^{-2}$.

C.1 Calculer le niveau d'intensité sonore L_1 correspondant à l'intensité sonore I_1.

La législation européenne indique les durées limites d'exposition journalière à ne pas dépasser à certains niveaux d'intensité sonore pour ne pas engendrer des traumatismes irréversibles :

L (dB)	86	92	95	101	107
durée limite d'exposition	2 h/jour	30 min/jour	15 min/jour	4 min/jour	1 min/jour

C.2 Commenter le résultat de la question C.1. au regard de ces durées limites d'exposition journalière.

C.3 Montrer que la puissance P de l'enceinte est égale à $4{,}0.10^{-2}$ W.

Les organisateurs de la manifestation sportive, d'une durée de 2 h, ont fixé à $2{,}0.10^{-4}$ $W.m^{-2}$ la valeur maximale de l'intensité sonore perçue par les spectateurs.

C.4 Expliquer le choix des organisateurs de fixer à $2{,}0.10^{-4}$ $W.m^{-2}$ la valeur maximale de l'intensité sonore perçue par les spectateurs.

Des barrières de sécurité entourent l'enceinte à 3,0 m de celle-ci, pour éviter que les spectateurs en soient trop proches.

C.5 Indiquer, par un raisonnement quantitatif, si la distance de sécurité entre les barrières et l'enceinte est suffisante pour respecter la valeur maximale de $2{,}0.10^{-4}$ $W.m^{-2}$ choisie par les organisateurs.

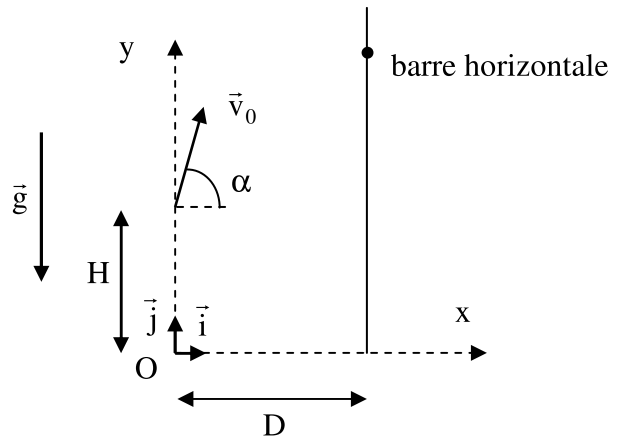
Corrigé

Un sport traditionnel : le lancer de gerbe de paille

Le lancer de gerbe de paille est une activité sportive, issue du domaine agricole, qui se pratique aujourd'hui en compétition. Le but du jeu est de lancer, à l'aide d'une fourche, une gerbe de paille, assimilable à un parallélépipède rectangle de longueur 0,60 m, de largeur 0,40 m et d'épaisseur 0,40 m, au-dessus d'une barre horizontale placée à une hauteur bien précise.

A Etude du lancer

On modélise la situation en compétition de la manière suivante :



les échelles de longueur ne sont pas respectées sur le schéma.

- la gerbe de paille de masse m = 7,257 kg est assimilée à un point matériel M, correspondant au centre masse
- à l'instant initial, M se trouve au point M_0 tel que $OM_0 = H = 2{,}80$ m
- le lanceur se trouve à la distance D = 2,0 m de la base des supports de la barre horizontale
- l'étude débute à t = 0 quand la gerbe de paille vient de quitter la fourche (au point M_0) avec une vitesse initiale représentée par le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ incliné d'un angle α = 80° par rapport à l'horizontale. La valeur de la vitesse initiale est $v_0 = 9{,}0$ m.s^{-1}
- on suppose que la trajectoire de M s'effectue dans le plan xOy
- la barre horizontale est à une hauteur de 4,50 m par rapport au sol
- l'action de l'air est négligée
- le champ de pesanteur, considéré comme uniforme, vaut g = 9,8 m.s^{-2}

On étudie le mouvement de M dans le référentiel terrestre dont le repère xOy est défini sur le schéma introductif.

A.1 Utiliser la deuxième loi de Newton pour déterminer les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération de M.

2ème loi de Newton appliqué au centre de masse du système dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$\Sigma\ \vec{F}_{ext} = m * \vec{a}$ (1)

le système est en chute libre (la seule force qui s'exerce sur le système est son poids car les frottements ne sont pas pris en compte dans cette partie : l'action de l'air est négligée) :

$\Sigma\ \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m * \vec{g}$ (2)

(1) et (2) : $\vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

A.2 Montrer que les équations horaires du mouvement de M s'expriment sous la forme :

$x(t) = v_0 * t * \cos(\alpha)$

$y(t) = - ½ * g * t^2 + v_0 * t * \sin(\alpha) + H$

réponse à la question A.2

$$\begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dv_x(t)}{dt} \\ \frac{dv_y(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

1ère intégration :

$$\begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x(t_0) \\ -g*t+v_y(t_0) \end{pmatrix}$$

énoncé : à t = 0, au point M_0, la vitesse initiale $\vec{v}_0$ est inclinée d'un angle α = 80° par rapport à l'horizontale : $v_x(t_0) = v_0 * \cos(\alpha)$ et $v_y(t_0) = v_0 * \sin(\alpha)$

$$\begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0*\cos(\alpha) \\ -g*t+v_0*\sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

2ème intégration :

$$\begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dx(t)}{dt} \\ \frac{dy(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0*\cos(\alpha) \\ -g*t+v_0*\sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0*\cos(\alpha)*t+x(t_0) \\ -\frac{1}{2}*g*t+v_0*\sin(\alpha)*t+y(t_0) \end{pmatrix}$$

énoncé : à l'instant initial, M se trouve au point M_0 tel que $OM_0 = H = 2,80$ m

$x(t_0) = 0$ et $z(t_0) = H$

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0*\cos(\alpha)*t \\ -\frac{1}{2}*g*t+v_0*\sin(\alpha)*t+H \end{pmatrix}$$

A.3 En déduire l'équation de la trajectoire y(x) de M.

réponses à la question A.2 :

$t = \frac{x(t)}{v_0*\cos(\alpha)}$ et $y(t) = -\frac{1}{2}*g*t+v_0*\sin(\alpha)*t+H$

$$y(x) = -\frac{1}{2}*g*\left(\frac{x(t)}{v_0*\cos(\alpha)}\right)^2+v_0*\sin(\alpha)*\left(\frac{x(t)}{v_0*\cos(\alpha)}\right)+H$$

mise en forme

$$y(x) = -\frac{g}{2*{v_0}^2*\cos^2(\alpha)}*x(t)^2+\tan(\alpha)*x(t)+H$$

c'est l'équation d'une parabole

A.4 A l'aide d'une analyse quantitative, indiquer si la gerbe de paille franchira, ou pas, la barre horizontale.

réponse à la question A.3 : $y(D) = -\frac{g}{2 * v_0^2 * \cos^2(\alpha)} * D^2 + \tan(\alpha) * D + H$

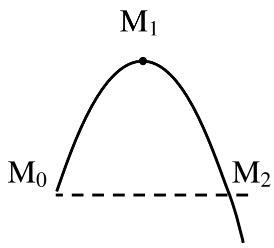
énoncé : le lanceur est à D = 2,0 m de la base des supports de la barre horizontale
la valeur de la vitesse initiale est $v_0 = 9,0\ m.s^{-1}$
à l'instant initial, M se trouve au point M_0 tel que $OM_0 = H = 2,80$ m
le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ incliné d'un angle α = 80° par rapport à l'horizontale

application numérique

$y(D) = -\frac{9,81}{2 * 9,0^2 * \cos^2(80°)} * 2,0^2 + \tan(80°) * 2,0 + 2,80 = 6,1$ m

énoncé : la barre horizontale est à une hauteur de 4,50 m par rapport au sol
la gerbe de paille franchira largement la barre horizontale (même en tenant compte de ses dimensions : parallélépipède rectangle de longueur 0,60 m, de largeur 0,40 m et d'épaisseur 0,40 m).

On s'intéresse à trois positions particulières de M sur sa trajectoire parabolique : la position initiale M_0, le point M_1 au sommet de la trajectoire et le point M_2 à la même hauteur que M_0 par lequel passe M lors de la phase descendante du mouvement.



L'énergie potentielle de pesanteur est choisie nulle au niveau du sol.

A.5 Calculer la valeur de l'énergie cinétique et celle de l'énergie potentielle de pesanteur du système en M_0.

énoncé : la gerbe de paille de masse m = 7,257 kg
la valeur de la vitesse initiale est $v_0 = 9,0\ m.s^{-1}$
à l'instant initial, M se trouve au point M_0 tel que $OM_0 = H = 2,80$ m

$Ec_0 = ½ * m * v_0^2 = ½ * 7,257 * 9,0^2 = 2,9.10^2$ J
$Epp_0 = m * g * y_0 = 7,257 * 9,81 * 2,80 = 2,0.10^2$ J

A.6 Indiquer par un raisonnement détaillé si chacune des trois propositions suivantes est vraie, ou fausse, lorsque l'on néglige l'action de l'air.

proposition I : l'énergie mécanique est maximale en M_0
proposition II : l'énergie cinétique est nulle en M_1
proposition III : l'énergie cinétique en M_2 est inférieure à l'énergie cinétique en M_0

1) lorsque l'on néglige l'action de l'air, l'énergie mécanique se conserve (le système n'est soumis qu'à des forces conservatives) donc la proposition I est vraie (mais c'est vrai en n'importe quel point de la trajectoire)

2) au cours de la question A.2, on a montré que : $\begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 * \cos(\alpha) \\ -g * t + v_0 * \sin(\alpha) \end{pmatrix}$ ainsi la coordonnée $v_x(t)$ de la vitesse est constante ; seule la coordonnée $v_y(t)$ de la vitesse est nulle au sommet de la trajectoire

$v_{M1} = \sqrt{{v_{x\,M1}}^2 + {v_{y\,M1}}^2} = \sqrt{(v_0 * \cos(\alpha))^2 + 0} = v_0 * \cos(\alpha) \neq 0$ (la proposition II est fausse)

3) lorsque l'on néglige l'action de l'air, l'énergie mécanique se conserve
$Em_{M0} = Em_{M2}$
$Ec_{M0} + Ep_{M0} = Ec_{M2} + Ep_{M2}$
les points M_0 et M_2 sont à la même altitude (donc à la même énergie potentielle de pesanteur)
$Ep_{M0} = Ep_{M2}$
$Ec_{M0} = Ec_{M2}$ (la proposition III est fausse)

En réalité, l'action de l'air ne peut pas être négligée.

A.7 Indiquer par un raisonnement détaillé si chacune des trois propositions de la question A.6. reste vraie, ou fausse, lorsqu'on ne néglige plus l'action de l'air.

1) on ne néglige plus l'action de l'air, l'énergie mécanique ne se conserve pas (le système est soumis à des forces non conservatives comme les frottements) donc la proposition I est toujours vraie (l'énergie mécanique diminue au cours de la trajectoire et elle est donc maximale au départ)

2) la vitesse ne peut être nulle au sommet de la trajectoire (sinon le système s'immobile « en l'air ») donc l'énergie cinétique n'est pas nulle non plus (la proposition II est fausse)

3) on ne néglige plus l'action de l'air, l'énergie mécanique se conserve pas (elle diminue)
$Em_{M0} > Em_{M2}$
$Ec_{M0} + Ep_{M0} > Ec_{M2} + Ep_{M2}$
les points M_0 et M_2 sont à la même altitude (donc à la même énergie potentielle de pesanteur)
$Ep_{M0} = Ep_{M2}$
$Ec_{M0} > Ec_{M2}$ (la proposition III est vraie)

B Le microphone de l'animateur

L'animateur de la compétition du lancer de gerbe de paille utilise un microphone relié à une enceinte acoustique par l'intermédiaire d'un amplificateur de puissance.
Le microphone utilisé lors de la compétition est un transducteur électroacoustique. Il permet de convertir un signal acoustique en un signal électrique.

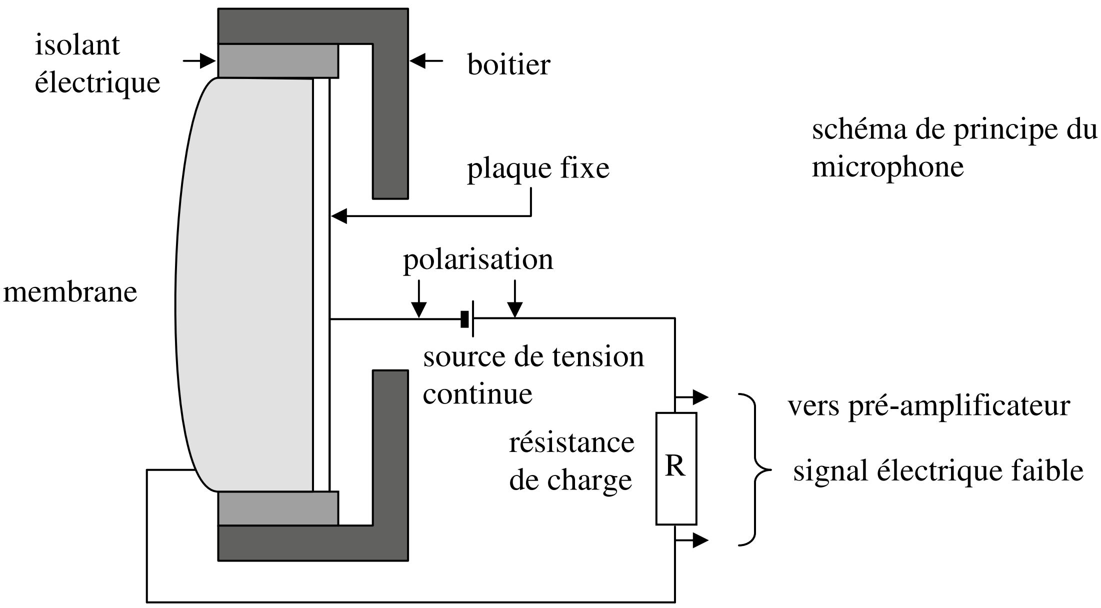
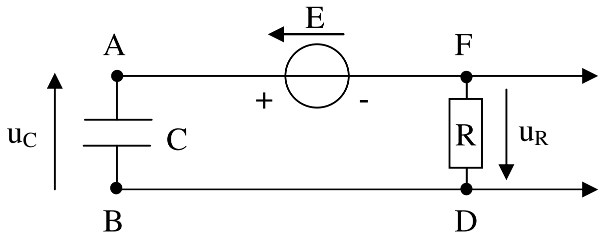


schéma de principe du microphone

Le condensateur présent dans le microphone est formé de deux armatures ; la première est constituée

d'une membrane mobile en plastique recouverte d'une fine pellicule métallique, la seconde est constituée d'une plaque métallique fixe. Lorsque le microphone ne capte pas de son, la distance entre les deux armatures est de l'ordre de 15 à 25 µm.
En outre, pour fonctionner, le condensateur doit être chargé ; on insère donc une source de tension continue qui n'a pas d'effet sur le signal électrique de sortie envoyé vers le pré-amplificateur.
On modélise alors le microphone par le circuit électrique suivant :



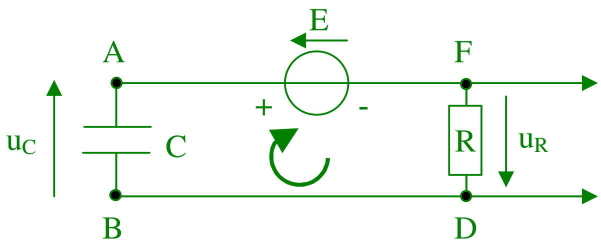
Tension continue délivrée par la source idéale : E = 48 V
Résistance du conducteur ohmique de charge : $R = 100.10^6\ \Omega$
Capacité du condensateur : C

Pour fonctionner, le condensateur doit rester chargé. On étudie la phase de charge, le microphone ne captant pas de son.

B.1 Etablir la relation entre la tension E aux bornes de la source de tension idéale, la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique.

on choisit un sens de parcours de la maille

loi des mailles
$-E + u_R(t) + u_C(t) = 0$



B.2 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ lors de la charge est de la forme :

$$E = R * C * \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

loi d'Ohm aux bornes de R
$u_R = R * i$
$-E + R * i + u_C(t) = 0$

relation entre l'intensité i(t) du courant électrique et la dérivée de la charge q(t) portée par une armature du condensateur

$$i = \frac{dq}{dt}$$

relation entre l'intensité i(t), la capacité C et la dérivée de la tension électrique $u_C(t)$ aux bornes du supercondensateur
$q = C * u_C(t)$

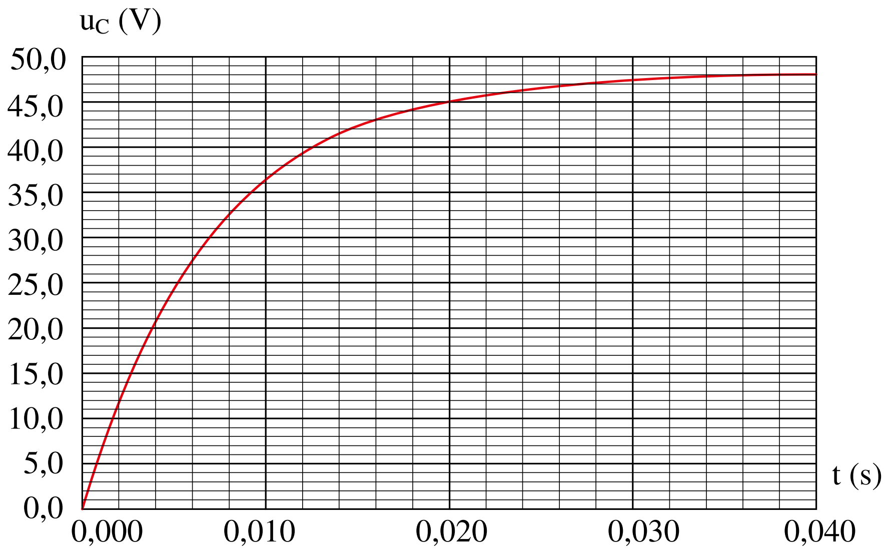
$$\frac{dq}{dt} = \frac{d(C * u_C(t))}{dt}$$

$$i = C * \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$-E + R * C * \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0$$

$$E = R * C * \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

Grâce à un dispositif approprié, on mesure la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lors de sa charge. On obtient la courbe suivante.



évolution temporelle de la tension aux bornes du condensateur

Cette courbe peut être modélisée par une des trois fonctions mathématiques proposées ci-dessous :

fonction 1 : $u_C(t) = E * \left(1 - \exp\left(\frac{t}{R * C}\right)\right)$

fonction 2 : $uc(t) = E * \exp\left(-\frac{t}{R * C}\right)$

fonction 3 : $u_C(t) = E * \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R * C}\right)\right)$

B.3 En exploitant la courbe, indiquer par un raisonnement argumenté la fonction qui modélise la charge du condensateur.

la courbe est croissante (c'est à dire que $u_C(t) \nearrow$ quand t $\nearrow$) ce qui exclu les fonctions 1 et 2 qui sont décroissantes

B.4 Vérifier que la fonction retenue est solution de l'équation différentielle établie à la question B.2.

équation différentielle

$$E = R * C * \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

solution de l'équation différentielle

$$u_C(t) = E * \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R * C}\right)\right)$$

remplacement de $u_C(t)$ par sa solution dans l'équation différentielle

$$E = R * C * \frac{d}{dt}\left(E * \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R*C}\right)\right)\right) + E * \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R*C}\right)\right)$$

dérivation de la fonction exponentielle : $(e^u)' = u' * e^u$

$$E = R * C * E * \frac{1}{R*C} * \left(-\exp\left(-\frac{t}{R*C}\right)\right) + E * \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R*C}\right)\right)$$

$$E = E * \left(-\exp\left(-\frac{t}{R*C}\right)\right) + E * \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R*C}\right)\right)$$

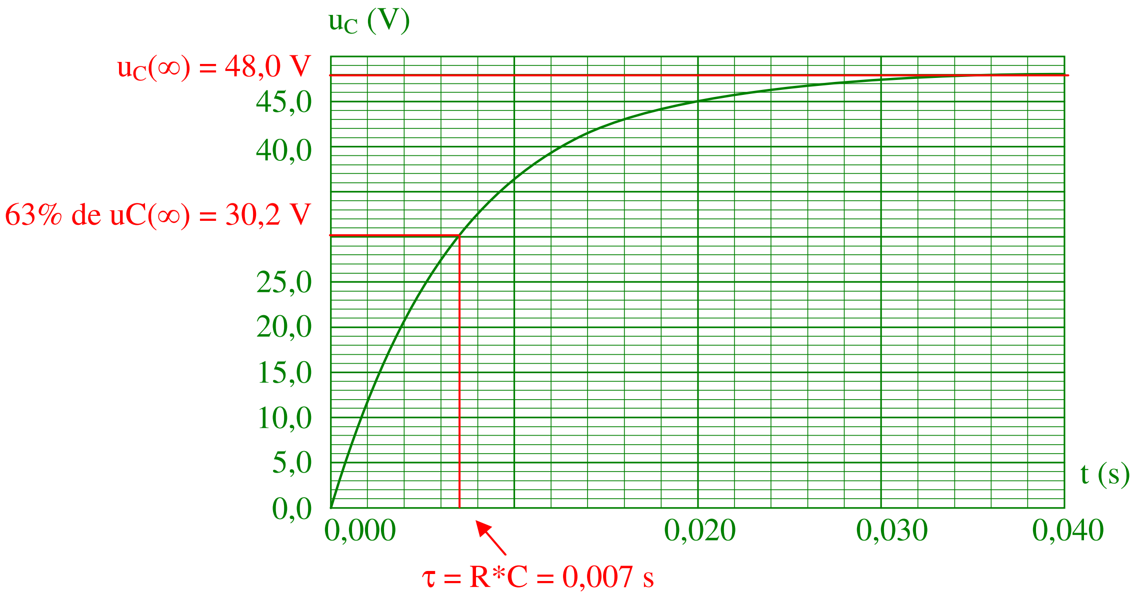
$$E = E * \left(-\exp\left(-\frac{t}{R*C}\right)\right) + E - E * \left(-\exp\left(-\frac{t}{R*C}\right)\right)$$

$$E = E$$

la fonction retenue est solution de l'équation différentielle

La capacité C d'un condensateur plan constitué de deux armatures métalliques de surface S en regard l'une de l'autre, séparées d'une distance d, est donnée par la relation $C = \varepsilon * \frac{S}{d}$ avec ε la permittivité de l'air entre les deux armatures du condensateur. Pour le microphone étudié, le produit de la permittivité de l'air par la surface est : $\varepsilon * S = 1{,}4.10^{-15}$ F.m.

B.5 En exploitant la courbe et en explicitant le raisonnement, déterminer la valeur de la distance d séparant les deux armatures quand le microphone fonctionne mais qu'il ne capte pas de son.



solution de l'équation différentielle

$$u_C(t) = E * \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R*C}\right)\right)$$

si $t \to \infty$ alors $u_C(\infty) = E * \left(1 - \exp\left(-\frac{\infty}{R*C}\right)\right) = E * (1 - 0) = E$

on pose $\tau = R * C$

si $t = \tau$ alors $u_C(\tau) = E * \left(1 - \exp\left(-\frac{R*C}{R*C}\right)\right) = E * (1 - \exp(-1)) = E * 0{,}63$

énoncé : résistance du conducteur ohmique de charge : $R = 100.10^6\ \Omega$

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{0{,}007}{100.10^6} = 7.10^{-11}\ C$$

énoncé : $d = \dfrac{\varepsilon * S}{C}$ et $\varepsilon * S = 1{,}4.10^{-15}$ F.m

$$d = \frac{1{,}4.10^{-15}}{7.10^{-11}} = 2.10^{-5}\ m$$

Sous l'effet des ondes sonores émises par l'animateur, la membrane se déplace en entraînant une modification de la distance entre les deux armatures du condensateur. La tension de sortie envoyée vers le pré-amplificateur est alors l'image des ondes sonores captées par le microphone.

B.6 Justifier par un raisonnement détaillé l'évolution de la capacité du condensateur lorsque la distance séparant les deux armatures diminue.

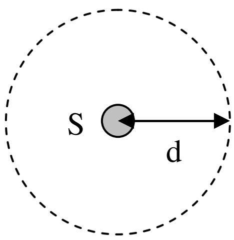
énoncé : $C = \varepsilon * \dfrac{S}{d}$ avec $\varepsilon * S = 1{,}4.10^{-15}$ F.m (une constante)

d ↘ et $\varepsilon * S$ → alors C ↗

C L'enceinte

Une source S, émettant des ondes sonores de puissance P, est isotrope si elle émet la même quantité d'énergie dans toutes les directions. L'intensité sonore mesurée, notée I, dépend alors de la distance d à la source selon la relation : $I = \dfrac{P}{4 * \pi * d^2}$ avec I en $W.m^{-2}$; P en W et d en m.

Le niveau d'intensité sonore, noté L, est lié à l'intensité sonore par la relation : $L = 10 * \log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$ avec L exprimé en dB, I en $W.m^{-2}$ et $I_0 = 1{,}0.10^{-12}\ W.m^{-2}$.



Le microphone est relié, par l'intermédiaire d'un amplificateur de puissance, à une enceinte. L'intensité sonore mesurée à 1,0 m devant l'enceinte vaut : $I_1 = 3{,}2.10^{-3}\ W.m^{-2}$.

C.1 Calculer le niveau d'intensité sonore L_1 correspondant à l'intensité sonore I_1.

$$L_1 = 10 * \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 10 * \log\left(\frac{3{,}2.10^{-3}}{1{,}0.10^{-12}}\right) = 95\ dB$$

La législation européenne indique les durées limites d'exposition journalière à ne pas dépasser à certains niveaux d'intensité sonore pour ne pas engendrer des traumatismes irréversibles :

L (dB)	86	92	95	101	107
durée limite d'exposition	2 h/jour	30 min/jour	15 min/jour	4 min/jour	1 min/jour

C.2 Commenter le résultat de la question C.1. au regard de ces durées limites d'exposition journalière.

le niveau d'intensité sonore à 1,0 m de l'enceinte ne permet pas une écoute dépassant 15 min. (sous peine d'endommager l'audition)

C.3 Montrer que la puissance P de l'enceinte est égale à $4{,}0.10^{-2}$ W.

énoncé : $I = \dfrac{P}{4*\pi*d^2}$

$P = 4 * \pi * d^2 * I_1 = 4 * \pi * 1{,}0^2 * 3{,}2.10^{-3} = 4{,}0.10^{-2}$ W

Les organisateurs de la manifestation sportive, d'une durée de 2 h, ont fixé à $2{,}0.10^{-4}$ W.m^{-2} la valeur maximale de l'intensité sonore perçue par les spectateurs.

C.4 Expliquer le choix des organisateurs de fixer à $2{,}0.10^{-4}$ W.m^{-2} la valeur maximale de l'intensité sonore perçue par les spectateurs.

$$L_2 = 10 * \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = 10 * \log\left(\frac{2{,}0.10^{-4}}{1{,}0.10^{-12}}\right) = 83 \text{ dB}$$

à un niveau d'intensité sonore de 83 dB, la législation européenne n'indique plus de durée limite d'exposition journalière à ne pas dépasser (la manifestation peut s'étaler sur la journée entière)

Des barrières de sécurité entourent l'enceinte à 3,0 m de celle-ci, pour éviter que les spectateurs en soient trop proches.

C.5 Indiquer, par un raisonnement quantitatif, si la distance de sécurité entre les barrières et l'enceinte est suffisante pour respecter la valeur maximale de $2{,}0.10^{-4}$ W.m^{-2} choisie par les organisateurs.

l'enceinte est la même et donc sa puissance est toujours de $4{,}0.10^{-2}$ W

intensité sonore maximale à 3 m de l'enceinte

$$I_2 = \frac{P}{4*\pi*d_2^{\,2}} = \frac{4{,}0.10^{-2}}{4*\pi*3{,}0^2} = 3{,}5.10^{-4} \text{ W.m}^{-2}$$

niveau d'intensité sonore à 3 m de l'enceinte

$$L_2 = 10 * \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = 10 * \log\left(\frac{3{,}5.10^{-4}}{1{,}0.10^{-12}}\right) = 85{,}5 \text{ dB}$$

le niveau d'intensité sonore à 3 m de l'enceinte est $\simeq$ à 86 dB et ne peut donc être écouté plus de 2h (sans risque pour l'audition)

la distance de sécurité entre les barrières et l'enceinte est insuffisante