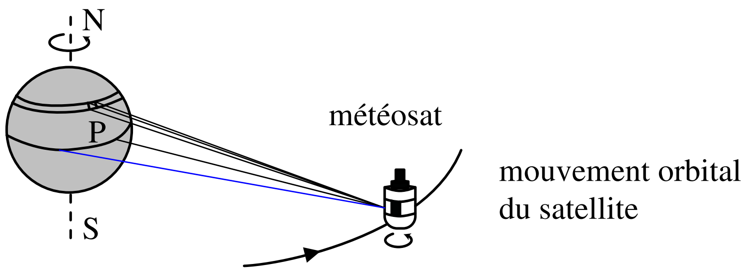
L'installation de l'Homme sur la Lune

Le programme Artemis est un programme spatial habité de la NASA, l'agence spatiale américaine, dont l'objectif est d'amener un équipage sur le sol lunaire d'ici 2024.
Celui-ci doit déboucher sur une exploration durable sous la forme de l'installation d'un poste permanent sur la Lune.
La partie 1 s'intéressera à la mise en place d'un satellite de télécommunication autour de la Lune et la partie 2 analysera l'alunissage d'un module lunaire.

Etude d'un satellite de télécommunication

L'étude ne portera que sur un seul satellite dont l'orbite autour de la Lune sera considérée comme circulaire. On négligera l'influence de la Terre sur le mouvement du satellite.

Analogie avec les satellites terrestres
« L'orbite des satellites géostationnaires se trouve dans le plan équatorial de la Terre à une altitude de près de 36 000 km. De ce fait, ils tournent à la même vitesse angulaire que la Terre. Ils sont donc fixes par rapport à un observateur situé sur la Terre et voient ainsi toujours le même disque terrestre. »

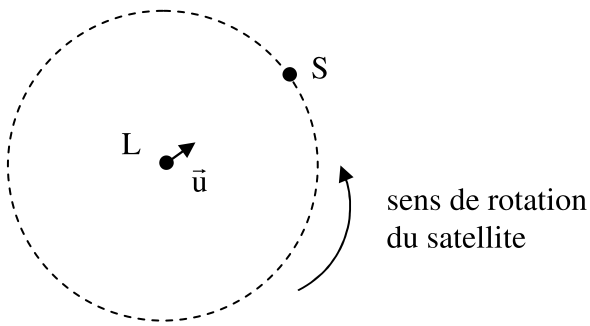


Données

- trajectoire circulaire du centre du satellite (S) autour du centre de la Lune (L)
  $\vec{u}$ est le vecteur unitaire orienté de L vers S
- force d'interaction gravitationnelle entre un objet A de masse M_A et un objet B de masse M_B distants de d_{AB} :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G * \frac{M_A * M_B}{{d_{AB}}^2} * \vec{u}_{A/B}$$

le vecteur unitaire $\vec{u}_{A/B}$ est orienté de A vers B



1 Proposer une définition de ce que pourrait être un satellite lunostationnaire en comparant sa période de révolution autour de la Lune à la période de rotation de la Lune sur elle-même.

2 Représenter la force d'interaction gravitationnelle $\vec{F}_{L/S}$ exercée par la Lune sur ce satellite sans souci d'échelle.

3 Etablir l'expression de cette force $\vec{F}_{L/S}$ en fonction de G, M_S, M_L, d_{LS} et $\vec{u}$.

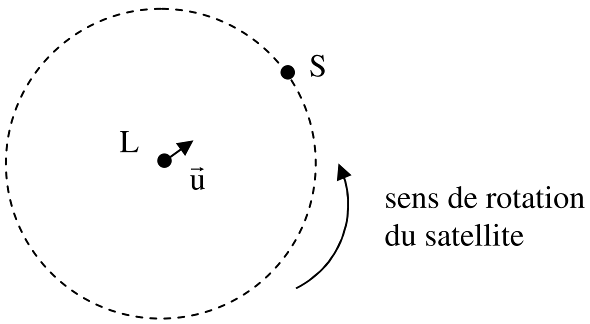
Description du mouvement du satellite

Données

- période de rotation de la lune sur elle-même : T = 27,3 jours
- constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$
- masse de la Lune : $M_L = 7{,}34.10^{22}$ kg
- rayon de la Lune : $R_L = 1{,}74.10^6$ m
- périmètre d'un cercle : $P = 2 * \pi * R$

4 A l'aide de la deuxième loi de Newton, établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_G$ du centre du satellite en fonction de G, M_L, d_{LS} et $\vec{u}$.

5 Représenter le vecteur unitaire tangentiel $\vec{T}$ et le vecteur unitaire normal $\vec{N}$ du repère de Frenet.



6 Citer l'expression des coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}_G$ dans le repère de Frenet, dans le cas d'un mouvement circulaire.

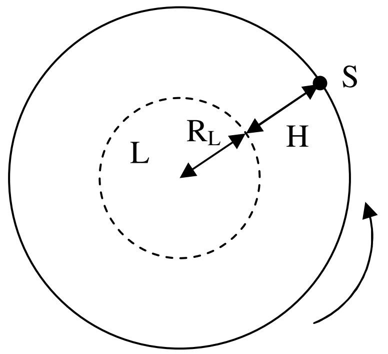
7 En déduire l'expression de l'accélération $\vec{a}_G$ dans le repère de Frenet en fonction de G, M_L , d_{LS} et $\vec{N}$.

8 Justifier que la vitesse V du satellite est constante et montrer que son expression dans le repère de Frenet en fonction de G, M_L et d_{LS} est :

$$V = \sqrt{\frac{G * M_L}{d_{LS}}}$$

Dans la question suivante, la qualité de la rédaction, la structuration de l'argumentation et la rigueur des calculs seront valorisées.

9 Démontrer que pour que le satellite soit fixe par rapport à la Lune, il doit être à une altitude $H = 8{,}67.10^7$ m par rapport à la surface de la Lune.



Alunissage

Le vaisseau lunaire HLS (Human Landing System) a pour rôle de déposer deux astronautes sur le sol lunaire. A la surface, il sert d'habitat durant la mission d'une durée initiale d'environ une semaine puis il ramène l'équipage à la station spatiale.
Une simulation de l'alunissage a été menée sur un simulateur de mouvement vertical (VMS). Cette simulation commence à 152,4 m d'altitude avec une vitesse horizontale de norme égale à 18,3 m.s^{-1} et une vitesse verticale de norme égale à 4,9 m.s^{-1} (voir les conditions initiales de la figure 1).
La trajectoire de référence d'une durée de 95 s, permet de poser le module sur le sol lunaire en toute sécurité.
Une trajectoire incontrôlée d'une durée de 30 s qui conduirait à un impact sur le sol lunaire mettant un terme à la mission est représentée figure 1.

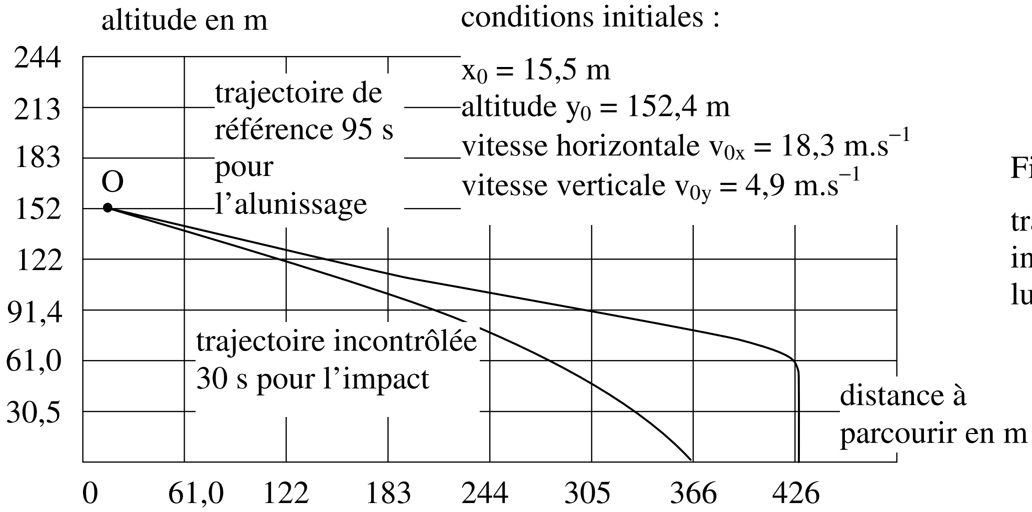


Figure 1

trajectoires de référence et incontrôlée d'un atterrisseur lunaire dans le plan vertical

Données

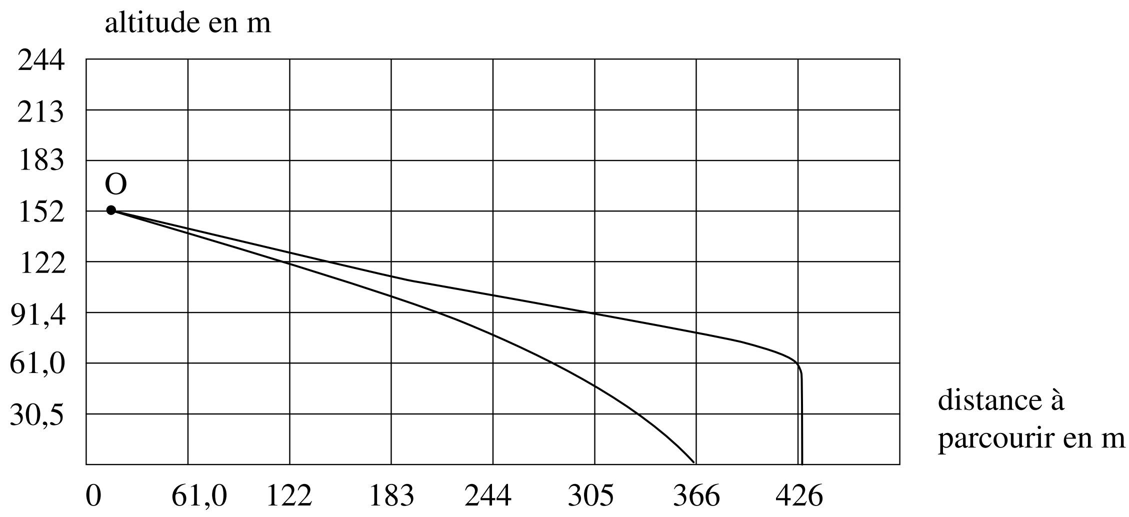
- valeur du champ de pesanteur sur la lune : $g_L = 1{,}6$ m.s^{-2}
- équations horaires d'une chute libre dans un champ de pesanteur uniforme avec un vitesse initiale $\vec{V}_0$ non nulle :

$x(t) = V_{0x} * t + x_0$ (1)

$y(t) = -½ * g_L * t^2 - v_{0y} * t + y_0$ (2)

V_{0x} : norme de la vitesse horizontale et V_{0y} : norme de la vitesse verticale

10 Représenter au point O, de coordonnées x_0 et y_0, les vecteurs vitesse horizontale $\vec{V}_{0x}$ et $\vec{V}_{0y}$ sans souci d'échelle. Représenter également le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}_L$.



11 Justifier le signe négatif ou positif de chacun des trois termes de l'expression :

$$-\frac{1}{2} * g_L * t^2 - v_{0y} * t + y_0$$

12 A l'aide de l'équation horaire (1) et de la figure 1, calculer la durée t de descente de l'alunisseur s'il était en chute libre. Indiquer si l'alunisseur dans sa trajectoire incontrôlée est ou pas en chute libre.

Corrigé

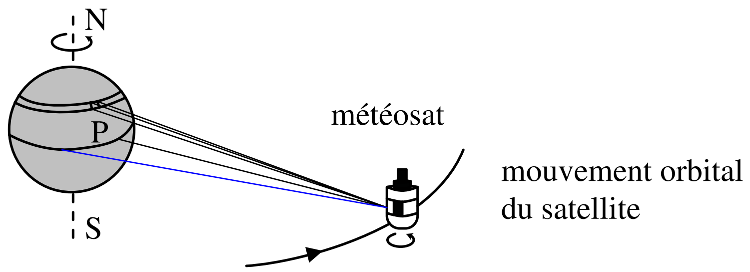
L’installation de l’Homme sur la Lune

Le programme Artemis est un programme spatial habité de la NASA, l’agence spatiale américaine, dont l’objectif est d’amener un équipage sur le sol lunaire d’ici 2024.
Celui-ci doit déboucher sur une exploration durable sous la forme de l’installation d’un poste permanent sur la Lune.
La partie 1 s’intéressera à la mise en place d’un satellite de télécommunication autour de la Lune et la partie 2 analysera l’alunissage d’un module lunaire.

Etude d’un satellite de télécommunication

L’étude ne portera que sur un seul satellite dont l’orbite autour de la Lune sera considérée comme circulaire. On négligera l’influence de la Terre sur le mouvement du satellite.

Analogie avec les satellites terrestres
« L’orbite des satellites géostationnaires se trouve dans le plan équatorial de la Terre à une altitude de près de 36 000 km. De ce fait, ils tournent à la même vitesse angulaire que la Terre. Ils sont donc fixes par rapport à un observateur situé sur la Terre et voient ainsi toujours le même disque terrestre. »

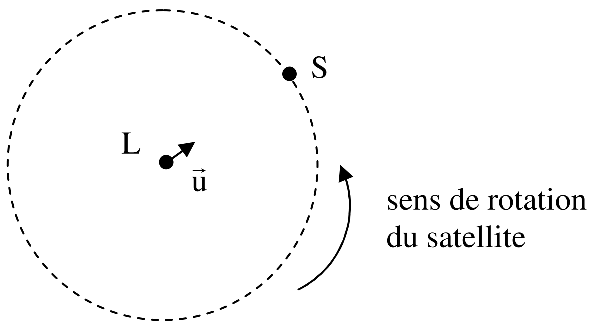


Données

- trajectoire circulaire du centre du satellite (S) autour du centre de la Lune (L)
  $\vec{u}$ est le vecteur unitaire orienté de L vers S
- force d’interaction gravitationnelle entre un objet A de masse M_A et un objet B de masse M_B distants de d_{AB} :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G * \frac{M_A * M_B}{{d_{AB}}^2} * \vec{u}_{A/B}$$

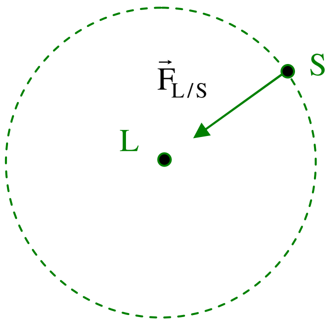
  le vecteur unitaire $\vec{u}_{A/B}$ est orienté de A vers B



1 Proposer une définition de ce que pourrait être un satellite lunostationnaire en comparant sa période de révolution autour de la Lune à la période de rotation de la Lune sur elle-même.

un satellite lunostationnaire reste en permanence à la verticale d’un point de la surface de la Lune
le satellite et la Lune doivent avoir la même période de révolution et de rotation : $T_S = T_L$
le satellite évolue dans le plan qui passe par l’équateur de la Lune

2 Représenter la force d'interaction gravitationnelle $\vec{F}_{L/S}$ exercée par la Lune sur ce satellite sans souci d'échelle.



3 Etablir l'expression de cette force $\vec{F}_{L/S}$ en fonction de G, M_S, M_L, d_{LS} et $\vec{u}$.

$$\vec{F}_{L/S} = -G * \frac{M_L * M_S}{d_{LS}^2} * \vec{u}$$

Description du mouvement du satellite

Données

- période de rotation de la lune sur elle-même : T = 27,3 jours
- constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$
- masse de la Lune : $M_L = 7{,}34.10^{22}$ kg
- rayon de la Lune : $R_L = 1{,}74.10^6$ m
- périmètre d'un cercle : $P = 2 * \pi * R$

4 A l'aide de la deuxième loi de Newton, établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_G$ du centre du satellite en fonction de G, M_L, d_{LS} et $\vec{u}$.

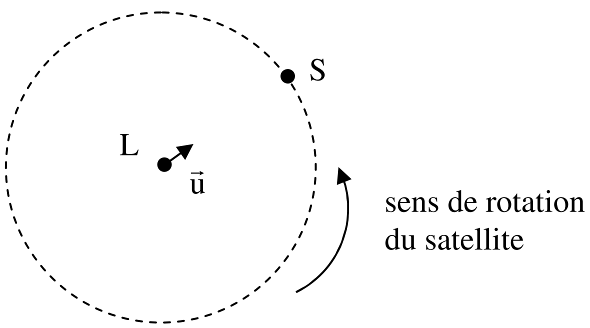
2ème loi de Newton dans le référentiel lunocentrique supposé galiléen

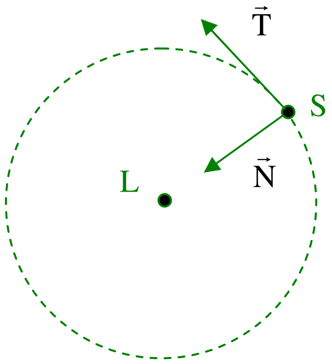
$$\vec{F}_{L/S} = M_S * \vec{a}_G$$

$$-G * \frac{M_L * M_S}{d_{LS}^2} * \vec{u} = M_S * \vec{a}_G$$

$$\vec{a}_G = -G * \frac{M_L}{d_{LS}^2} * \vec{u}$$

5 Représenter le vecteur unitaire tangentiel $\vec{T}$ et le vecteur unitaire normal $\vec{N}$ du repère de Frenet.





6 Citer l'expression des coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}_G$ dans le repère de Frenet, dans le cas d'un mouvement circulaire.

$$\vec{a}_G = \frac{dv_S}{dt} * \vec{T} + \frac{v_S^2}{d_{LS}} * \vec{N}$$

7 En déduire l'expression de l'accélération $\vec{a}_G$ dans le repère de Frenet en fonction de G, M_L , d_{LS} et $\vec{N}$.

on voit que : $-\vec{u} = \vec{N}$

$$\vec{a}_G = G * \frac{M_L}{d_{LS}^2} * \vec{N} \qquad \text{(question 4)}$$

8 Justifier que la vitesse V du satellite est constante et montrer que son expression dans le repère de Frenet en fonction de G, M_L et d_{LS} est :

$$V = \sqrt{\frac{G * M_L}{d_{LS}}}$$

$$\vec{a}_G = G * \frac{M_L}{d_{LS}^2} * \vec{N} \qquad \text{(question 7)}$$

$$\vec{a}_G = \frac{dv_S}{dt} * \vec{T} + \frac{v_S^2}{d_{LS}} * \vec{N} \qquad \text{(question 6)}$$

en identifiant les deux équation, on constate que la vitesse du satellite est constante $\frac{dv_S}{dt} = 0$

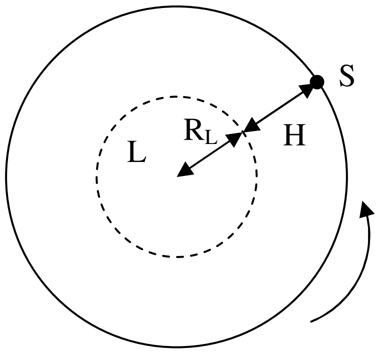
$$G * \frac{M_L}{d_{LS}^2} = \frac{v_S^2}{d_{LS}}$$

$$v_S^2 = G * \frac{M_L}{d_{LS}}$$

$$V = v_S = \sqrt{\frac{G * M_L}{d_{LS}}}$$

Dans la question suivante, la qualité de la rédaction, la structuration de l'argumentation et la rigueur des calculs seront valorisées.

9 Démontrer que pour que le satellite soit fixe par rapport à la Lune, il doit être à une altitude H = $8{,}67.10^7$ m par rapport à la surface de la Lune.



$$V = \sqrt{\frac{G*M_L}{d_{LS}}} = \sqrt{\frac{G*M_L}{R_L+H}} \qquad \text{(question 8)}$$

le satellite parcourt son orbite (de longueur P) à vitesse constante

$$V = \frac{P}{T} = \frac{2*\pi*(R_L+H)}{T}$$

$$\frac{2*\pi*(R_L+H)}{T} = \sqrt{\frac{G*M_L}{R_L+H}}$$

$$\frac{4*\pi^2*(R_L+H)^2}{T^2} = \frac{G*M_L}{R_L+H}$$

$$\frac{4*\pi^2*(R_L+H)^3}{T^2} = G*M_L$$

$$(R_L+H)^3 = \frac{G*M_L*T^2}{4*\pi^2}$$

$$R_L + H = \sqrt[3]{\frac{G*M_L*T^2}{4*\pi^2}}$$

$$H = \sqrt[3]{\frac{G*M_L*T^2}{4*\pi^2}} - R_L$$

période de rotation de la lune sur elle-même : T = 27,3 jours
$T = 27{,}3 * 24 * 3600 = 2{,}36.10^6$ s

$$H = \sqrt[3]{\frac{6{,}67.10^{-11}*7{,}34.10^{22}*(2{,}36.10^6)^2}{4*\pi^2}} - 1{,}74.10^6$$

$H = 8{,}66.10^7$ m

Alunissage

Le vaisseau lunaire HLS (Human Landing System) a pour rôle de déposer deux astronautes sur le sol lunaire. A la surface, il sert d'habitat durant la mission d'une durée initiale d'environ une semaine puis il ramène l'équipage à la station spatiale.
Une simulation de l'alunissage a été menée sur un simulateur de mouvement vertical (VMS). Cette simulation commence à 152,4 m d'altitude avec une vitesse horizontale de norme égale à 18,3 $m.s^{-1}$ et une vitesse verticale de norme égale à 4,9 $m.s^{-1}$ (voir les conditions initiales de la figure 1).
La trajectoire de référence d'une durée de 95 s, permet de poser le module sur le sol lunaire en toute sécurité.

Une trajectoire incontrôlée d'une durée de 30 s qui conduirait à un impact sur le sol lunaire mettant un terme à la mission est représentée figure 1.

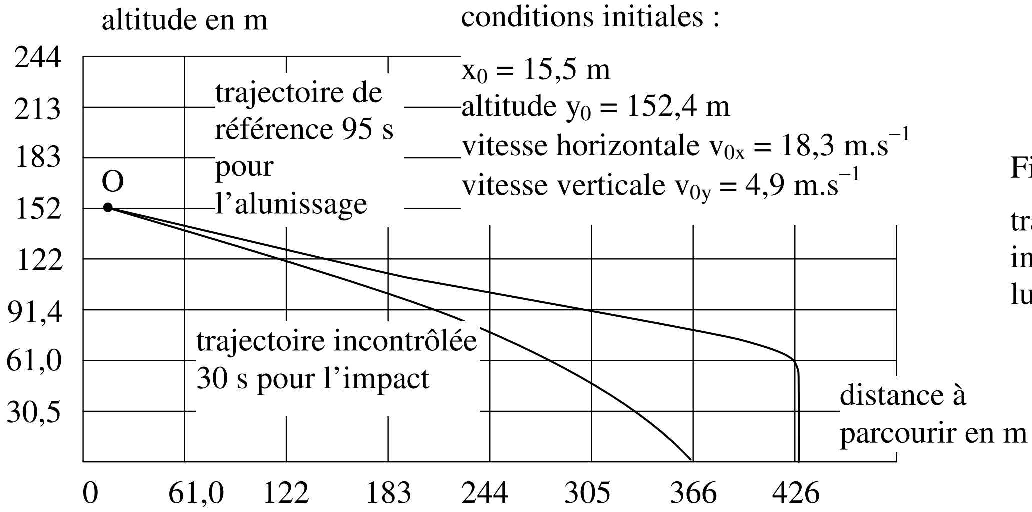


Figure 1

trajectoires de référence et incontrôlée d'un atterrisseur lunaire dans le plan vertical

<u>Données</u>

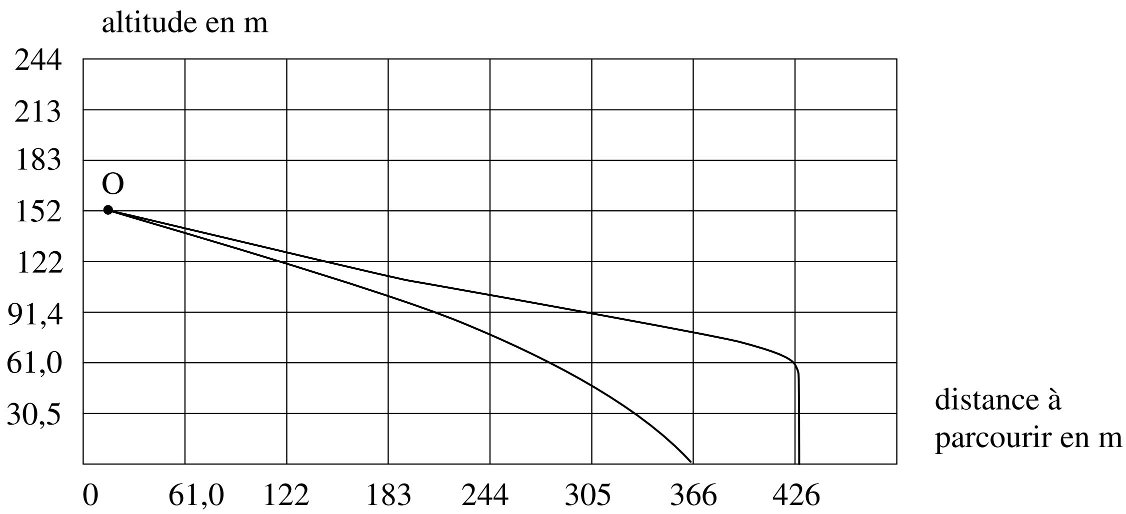
- valeur du champ de pesanteur sur la lune : g_L = 1,6 m.s^{-2}
- équations horaires d'une chute libre dans un champ de pesanteur uniforme avec un vitesse initiale $\vec{V}_0$ non nulle :

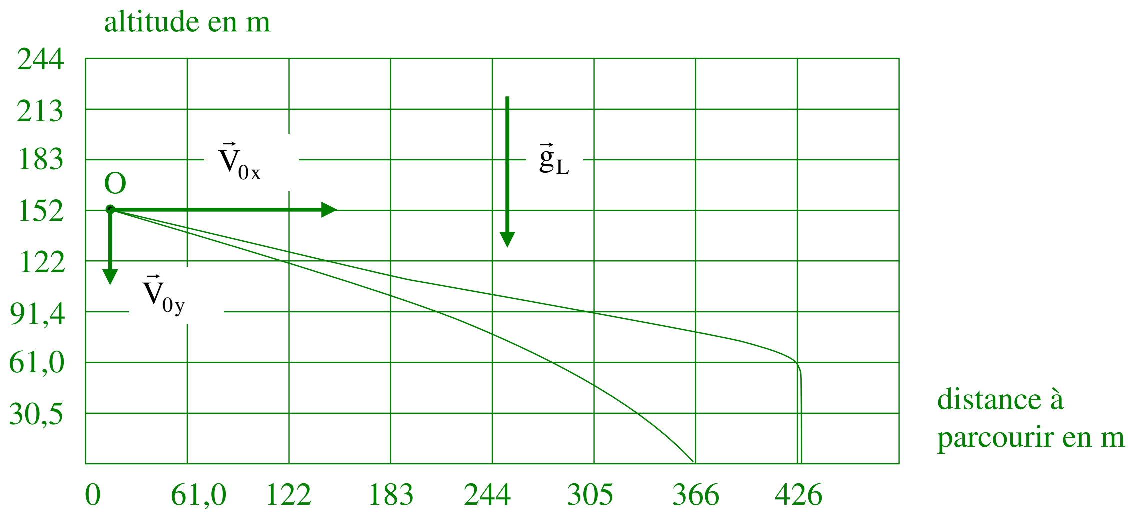
  $x(t) = V_{0x} * t + x_0$ (1)

  $y(t) = -\frac{1}{2} * g_L * t^2 - v_{0y} * t + y_0$ (2)

  V_{0x} : norme de la vitesse horizontale et V_{0y} : norme de la vitesse verticale

10 Représenter au point O, de coordonnées x_0 et y_0, les vecteurs vitesse horizontale $\vec{V}_{0x}$ et $\vec{V}_{0y}$ sans souci d'échelle. Représenter également le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}_L$.





11 Justifier le signe négatif ou positif de chacun des trois termes de l'expression :

$$-½ * g_L * t^2 - v_{0y} * t + y_0$$

le vecteur $\vec{g}_L$ à le sens contraire de l'axe Oy : le 1er terme est négatif

le vecteur $\vec{V}_{0y}$ à le sens contraire de l'axe Oy : le 2ème terme est négatif

l'altitude initiale est positive : le 3ème terme est positif

12 A l'aide de l'équation horaire (1) et de la figure 1, calculer la durée t de descente de l'alunisseur s'il était en chute libre. Indiquer si l'alunisseur dans sa trajectoire incontrôlée est ou pas en chute libre.

(1) $x(t) = V_{0x} * t + x_0$

figure 1 : la trajectoire de référence conduit l'alunisseur à une abscisse de 456 m
$x(t_{alunissage}) = 426$ m

(1) $t_{alunissage} = (x(t_{alunissage}) - x_0) / V_{0x}$
$t_{alunissage} = (426 - 15{,}5) / 18{,}3 = 22{,}4$ s

la trajectoire incontrôlée conduit à un alunissage (impact) après 30 s (valeur différente de celle calculée pour une chute libre)