

La congélation de l'eau

Dans cet exercice, on souhaite estimer la durée nécessaire pour que toute l'eau d'un bac à glaçons, placée dans un congélateur, soit transformée en glace. L'eau est initialement à la température ambiante. On distingue deux phases au processus.

- (phase a) le refroidissement de l'eau de la température ambiante (T_a) à la température de solidification (T_s)
- (phase b) le changement d'état de l'eau qui s'effectue à température constante (T_s)

Dans l'ensemble de l'exercice, le système étudié {eau} est l'eau placée dans le bac à glaçons. L'énergie reçue par le système est comptée positivement, celle perdue est comptée négativement.

Données

- masse d'eau à congeler : $m = 150 \text{ g}$
 - température ambiante : $T_a = 23,0 \text{ °C}$
 - la température de solidification de l'eau à la pression atmosphérique T_s est supposée connue du candidat.
 - capacité thermique massique de l'eau liquide : $c(\text{eau}) = 4\,185 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
- 1 Préciser le sens dans lequel se font les transferts thermiques entre le système {eau} et l'air du congélateur. En déduire le signe de l'énergie échangée sous forme de transfert thermique Q entre le système et l'air du congélateur.
 - 2 Indiquer si le changement d'état de l'eau (phase b) est une transformation endothermique ou exothermique.
 - 3 Donner l'expression de la variation de l'énergie interne ΔU du système {eau} durant la phase de refroidissement (phase a) en fonction de la variation de sa température ΔT , de sa masse m et de sa capacité thermique massique $c(\text{eau})$.

Première estimation de la durée de congélation à l'aide de la puissance du dispositif de refroidissement du congélateur

Dans le congélateur, un dispositif de refroidissement permet de prélever de l'énergie à l'air de la cavité intérieure du congélateur, l'air prélevant de l'énergie à l'eau placée dans le bac à glaçons. Dans cette partie, on prend pour hypothèse que l'énergie prélevée par unité de temps à l'eau est égale à la puissance du dispositif de refroidissement du congélateur, qui vaut 40 W .

- 4 A l'aide du premier principe, montrer que l'énergie échangée par l'eau avec l'air, sous forme de transfert thermique Q_f au cours du refroidissement (phase a) a pour valeur $-14,4 \text{ kJ}$.
- 5 Estimer la durée nécessaire pour que cette énergie soit prélevée par le dispositif de refroidissement du congélateur

Pour le changement d'état de l'eau, le même raisonnement conduit à estimer que la durée nécessaire pour que toute l'eau soit transformée en glace est de 1250 secondes soit environ 21 minutes. Or, la réalisation de l'expérience fait apparaître une durée nécessaire pour la congélation complète de l'eau de l'ordre d'une heure. Pour expliquer cet écart, on envisage un autre modèle.

Deuxième estimation de la durée de congélation avec la loi phénoménologique de Newton

On fait l'hypothèse que l'air à l'intérieur du congélateur joue le rôle d'un thermostat, sa température T_{th} restant constante.

Les transferts thermiques entre le système {eau} et l'air intérieur du congélateur (mis en mouvement par une ventilation) peuvent être décrit par la loi de Newton. Cette loi lie le flux thermique échangé ϕ (en W)

à l'écart de température entre l'air (T_{th}) et le système (T), et à la surface d'échange S .

$$\phi = -h * S * (T - T_{th})$$

Pendant la phase de refroidissement (phase a), la température T du système {eau} n'est pas constante. Pour pouvoir estimer la durée nécessaire au refroidissement, il convient de modéliser son évolution temporelle.

Données

- température de l'air dans l'espace intérieur du congélateur : $T_{th} = -18,0 \text{ }^\circ\text{C}$
- la valeur du produit $h * S$ est estimé à : $h * S = 0,92 \text{ W.K}^{-1}$

- 6 La loi de Newton permet d'estimer les valeurs du flux thermique entre l'eau et l'air au début ($T = T_a$) et à la fin ($T = T_s$) de la phase de refroidissement :

$$\phi (T_a) = - 38 \text{ W et } \phi (T_s) = - 17 \text{ W}$$

Comparer ces valeurs à la puissance du système de refroidissement du congélateur. Discuter de ce qu'apporte ce modèle par rapport à celui utilisé lors de la première estimation.

- 7 Donner l'expression reliant l'énergie échangée sous forme de transfert thermique Q entre l'air et l'eau pendant une durée Δt très petite, le flux thermique ϕ , supposé constant pendant cette durée, et la durée Δt .
- 8 A l'aide du premier principe de la thermodynamique et de la loi de Newton, dans le cas où Δt tend vers 0, montrer que l'évolution temporelle de la température de l'eau est régie par :

$$\frac{dT}{dt} = - r * (T - T_{th})$$

Exprimer le coefficient « r » en fonction de h , S , m et c (eau), préciser sa valeur et son unité.

Dans les conditions de l'expérience, la solution de cette équation différentielle est :

$$T (t) = (T_a - T_{th}) * \exp (-r * t) + T_{th}$$

- 9 Dédurre de cette modélisation, une estimation de la durée nécessaire pour refroidir l'eau liquide lors de la première phase du processus (phase a). Comparer avec la première étude. Conclure.

Corrigé

La congélation de l'eau

Dans cet exercice, on souhaite estimer la durée nécessaire pour que toute l'eau d'un bac à glaçons, placée dans un congélateur, soit transformée en glace. L'eau est initialement à la température ambiante. On distingue deux phases au processus.

- (phase a) le refroidissement de l'eau de la température ambiante (T_a) à la température de solidification (T_s)
- (phase b) le changement d'état de l'eau qui s'effectue à température constante (T_s)

Dans l'ensemble de l'exercice, le système étudié {eau} est l'eau placée dans le bac à glaçons. L'énergie reçue par le système est comptée positivement, celle perdue est comptée négativement.

Données

- masse d'eau à congeler : $m = 150 \text{ g}$
- température ambiante : $T_a = 23,0 \text{ °C}$
- la température de solidification de l'eau à la pression atmosphérique T_s est supposée connue du candidat.
- capacité thermique massique de l'eau liquide : $c(\text{eau}) = 4185 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

- 1 Préciser le sens dans lequel se font les transferts thermiques entre le système {eau} et l'air du congélateur. En déduire le signe de l'énergie échangée sous forme de transfert thermique Q entre le système et l'air du congélateur.

l'eau est initialement à la température ambiante $T_i(\text{eau}) = T_a = 23,0 \text{ °C}$

l'air du congélateur est à une température $\leq 0 \text{ °C}$ puisque l'eau du bac à glaçons va se transformer en glace et que cette solidification se fait à 0 °C

un transfert thermique se fait toujours du corps chaud vers un corps plus froid
le transfert thermique se fait de l'eau du bac à glaçons vers l'air du congélateur

l'énergie perdue par transfert thermique par le système {eau} est comptée négativement
signe de l'énergie échangée : -

- 2 Indiquer si le changement d'état de l'eau (phase b) est une transformation endothermique ou exothermique.

phase b : solidification de l'eau

si le bilan d'énergie est négatif ($\Delta U < 0$), la réaction est dite exothermique

le système perd de l'énergie par transfert de chaleur du système vers l'environnement

lors de la solidification, l'eau transfère de l'énergie vers l'air du congélateur (il se forme des ponts hydrogène)

transformation exothermique

- 3 Donner l'expression de la variation de l'énergie interne ΔU du système {eau} durant la phase de refroidissement (phase a) en fonction de la variation de sa température ΔT , de sa masse m et de sa capacité thermique massique $c(\text{eau})$.

$$\Delta U = m(\text{eau}) * c(\text{eau}) * \Delta T$$

Première estimation de la durée de congélation à l'aide de la puissance du dispositif de refroidissement du congélateur

Dans le congélateur, un dispositif de refroidissement permet de prélever de l'énergie à l'air de la cavité intérieure du congélateur, l'air prélevant de l'énergie à l'eau placée dans le bac à glaçons. Dans cette partie, on prend pour hypothèse que l'énergie prélevée par unité de temps à l'eau est égale à la puissance du dispositif de refroidissement du congélateur, qui vaut 40 W.

- 4 A l'aide du premier principe, montrer que l'énergie échangée par l'eau avec l'air, sous forme de transfert thermique Q_r au cours du refroidissement (phase a) a pour valeur $-14,4$ kJ.

refroidissement de l'eau de la température ambiante (T_a) à la température de solidification (T_s)

premier principe de la thermodynamique

$$\Delta U = Q + W$$

il n'y a pas d'échange de travail

$$\Delta U = Q$$

$$m(\text{eau}) * c(\text{eau}) * \Delta T = Q_r$$

$$Q_r = 0,150 * 4185 * (0,0 - 23,0) = -14,4 \text{ kJ}$$

- 5 Estimer la durée nécessaire pour que cette énergie soit prélevée par le dispositif de refroidissement du congélateur

relation entre puissance et énergie

$$P = E / \Delta t$$

l'adjectif « prélevée » impose que l'énergie soit positive

$$E = -Q_r$$

durée nécessaire pour que cette énergie soit prélevée

$$\Delta t = E / P$$

$$\Delta t = -Q_r / P = 14,4 \cdot 10^3 / 40 = 360 \text{ s}$$

Pour le changement d'état de l'eau, le même raisonnement conduit à estimer que la durée nécessaire pour que toute l'eau soit transformée en glace est de 1250 secondes soit environ 21 minutes. Or, la réalisation de l'expérience fait apparaître une durée nécessaire pour la congélation complète de l'eau de l'ordre d'une heure. Pour expliquer cet écart, on envisage un autre modèle.

Deuxième estimation de la durée de congélation avec la loi phénoménologique de Newton

On fait l'hypothèse que l'air à l'intérieur du congélateur joue le rôle d'un thermostat, sa température T_{th} restant constante.

Les transferts thermiques entre le système {eau} et l'air intérieur du congélateur (mis en mouvement par une ventilation) peuvent être décrit par la loi de Newton. Cette loi lie le flux thermique échangé ϕ (en W) à l'écart de température entre l'air (T_{th}) et le système (T), et à la surface d'échange S.

$$\phi = -h * S * (T - T_{th})$$

Pendant la phase de refroidissement (phase a), la température T du système {eau} n'est pas constante. Pour pouvoir estimer la durée nécessaire au refroidissement, il convient de modéliser son évolution temporelle.

Données

- température de l'air dans l'espace intérieur du congélateur : $T_{th} = -18,0$ °C

- la valeur du produit $h * S$ est estimée à : $h * S = 0,92 \text{ W.K}^{-1}$

6 La loi de Newton permet d'estimer les valeurs du flux thermique entre l'eau et l'air au début ($T = T_a$) et à la fin ($T = T_s$) de la phase de refroidissement :

$$\phi(T_a) = -38 \text{ W} \text{ et } \phi(T_s) = -17 \text{ W}$$

Comparer ces valeurs à la puissance du système de refroidissement du congélateur.
Discuter de ce qu'apporte ce modèle par rapport à celui utilisé lors de la première estimation.

la puissance du système de refroidissement du congélateur est constante et égale à 40 W
avec ce nouveau modèle, la puissance prélevée dépend de la différence de température entre l'eau et l'air dans le congélateur et cette différence diminue avec le temps

7 Donner l'expression reliant l'énergie échangée sous forme de transfert thermique Q entre l'air et l'eau pendant une durée Δt très petite, le flux thermique ϕ , supposé constant pendant cette durée, et la durée Δt .

$$Q = \phi * \Delta t = -h * S * (T - T_{th}) * \Delta t$$

8 A l'aide du premier principe de la thermodynamique et de la loi de Newton, dans le cas où Δt tend vers 0, montrer que l'évolution temporelle de la température de l'eau est régie par :

$$\frac{dT}{dt} = -r * (T - T_{th})$$

premier principe de la thermodynamique

$$\Delta U = Q + W$$

il n'y a pas d'échange de travail

$$\Delta U = Q$$

$$m(\text{eau}) * c(\text{eau}) * \Delta T = -h * S * (T - T_{th}) * \Delta t$$

$$m(\text{eau}) * c(\text{eau}) * \frac{\Delta T}{\Delta t} = -h * S * (T - T_{th})$$

cas où Δt tend vers 0

$$m(\text{eau}) * c(\text{eau}) * \frac{dT}{dt} = -h * S * (T - T_{th})$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{-h * S}{m(\text{eau}) * c(\text{eau})} * (T - T_{th})$$

Exprimer le coefficient « r » en fonction de h, S, m et c (eau), préciser sa valeur et son unité.

$$r = \frac{h * S}{m(\text{eau}) * c(\text{eau})} = \frac{0,92}{0,150 * 4185} = 1,47 * 10^{-3}$$

$$[r] = \frac{[h * S]}{[m(\text{eau})] * [c(\text{eau})]} = \frac{\text{W} * \text{K}^{-1}}{\text{kg} * \text{J} * \text{K}^{-1} * \text{kg}^{-1}} = \frac{\text{W}}{\text{J}} = \text{s}^{-1}$$

Dans les conditions de l'expérience, la solution de cette équation différentielle est :

$$T(t) = (T_a - T_{th}) * \exp(-r * t) + T_{th}$$

9 Dédurre de cette modélisation, une estimation de la durée nécessaire pour refroidir l'eau liquide

lors de la première phase du processus (phase a). Comparer avec la première étude. Conclure.

$$T(t) = (T_a - T_{th}) * \exp(-r * t) + T_{th}$$

$$\frac{T - T_{th}}{T_a - T_{th}} = \exp(-r * t)$$

$$\ln\left(\frac{T - T_{th}}{T_a - T_{th}}\right) = -r * t$$

$$t = \frac{-1}{r} * \ln\left(\frac{T - T_{th}}{T_a - T_{th}}\right)$$

$$t = \frac{-1}{1,47 \cdot 10^{-3}} * \ln\left(\frac{0 - (-18)}{23 - (-18)}\right) = 562 \text{ s}$$

cette durée est plus grande que lors de la 1ère étude (360 s)