Cesta punta

La pelote basque est un sport de balle se pratiquant à main nue, avec une raquette en bois ou avec un chistera (gant en osier). La cesta punta est une des spécialités de la pelote basque. Le jeu consiste à renvoyer la balle servie par l'adversaire avec un chistera sur le mur appelé le fronton.
Le service s'effectue sur un terrain rectangulaire sur lequel des lignes de référence sont tracées. Le service s'effectue à 36 mètres du mur, il est réussi lorsque la balle, après avoir rebondi contre le mur, retombe entre les lignes 4 et 7.

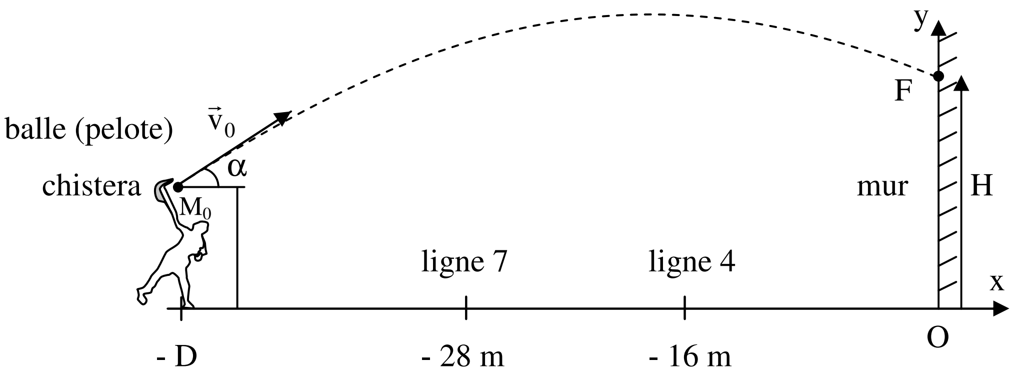

figure 1

schéma, qui n'est pas à l'échelle, d'un terrain de pelote basque et allure de la trajectoire de la balle

Dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère (Ox ; Oy), une balle supposée ponctuelle est envoyée par un joueur depuis un point M_0 de coordonnées x_0 = - D et y_0 = h. Grâce à son chistera, le joueur lance la balle à une vitesse initiale de norme v_0 dont le vecteur $\vec{v}_0$ forme un angle α avec l'horizontale. Le mouvement de la balle s'effectue dans le champ de pesanteur ; on néglige l'influence de l'air.
Le moment où la balle quitte le chistera est choisi comme origine des dates : t_0 = 0 s.
Le but de cet exercice est d'étudier, à l'aide du modèle de la chute libre, le mouvement de la balle afin de prévoir si le service est réussi. Le mouvement est décomposé en deux phases : avant puis après le rebond sur le mur.

Données

D = 36 m
masse de la balle : m = 126 g
valeur mesurée à l'aide d'un radar de la vitesse initiale de la balle : $v_0 = 36{,}2\ m.s^{-1}$
α = 12°
intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$

1 Mouvement de la balle avant le rebond sur le mur

1.1 Indiquer l'information de l'énoncé permettant de formuler l'hypothèse que le mouvement de la balle s'effectue dans le cadre du modèle de la chute libre.

1.2 En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation horaire du mouvement de la balle selon l'axe Ox est :

$$x(t) = v_0 * \cos(\alpha) * t - D$$

1.3 Montrer que la balle frappe le mur à la date t_F = 1,0 s.

2 Etude énergétique de la balle avant le rebond sur le mur

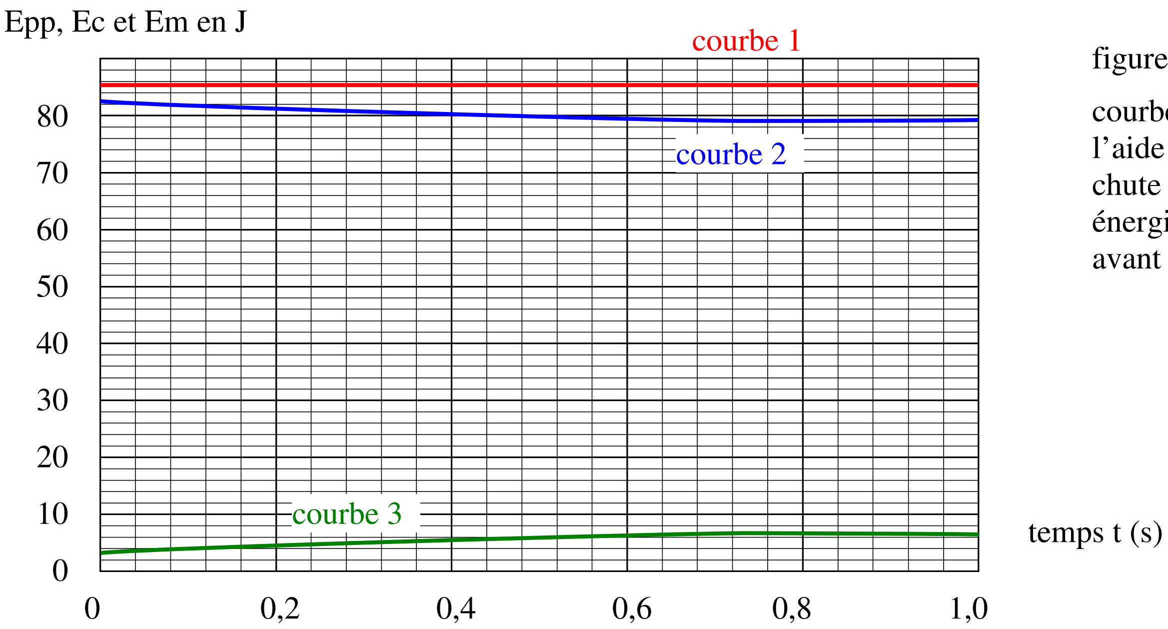

figure 2

courbes simulées, à l'aide du modèle de la chute libre, des énergies de la balle avant le rebond

2.1 Rappeler les expressions littérales de l'énergie cinétique Ec, de l'énergie potentielle de pesanteur Epp et de l'énergie mécanique Em de la balle. L'énergie potentielle de pesanteur est choisie nulle à l'ordonnée y = 0 m. On note v la norme du vecteur vitesse de la balle.

2.2 Calculer la valeur de l'énergie cinétique Ec à la date t = 0 s.

2.3 En explicitant votre raisonnement, identifier pour chaque courbe de la figure 2 la forme d'énergie correspondante.

2.4 A l'aide de la figure 2, évaluer la valeur de la hauteur H de la balle lorsqu'elle touche le mur au point F.

3 Mouvement de la balle après le rebond sur le mur

La balle rebondit sur le mur en F. On fait l'hypothèse que la balle repart à la vitesse $v_F = 35\ m.s^{-1}$.
L'instant du rebond est choisi comme nouvelle origine des dates dans cette partie.
La balle, après avoir rebondi contre le mur, doit retomber entre les lignes 4 et 7 pour que le service soit réussi. Si la ligne 4 n'est pas dépassée, le point est acquis à l'adversaire. Si la ligne 7 est dépassée, le joueur a droit à un second et dernier service.
Le mouvement de la balle est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère (Ox ; Oy) défini sur la figure 1. L'étude de ce mouvement permet d'établir les équations horaires de la balle :

$$x(t) = -34{,}9 * t \qquad \text{et} \qquad y(t) = -4{,}9 * t^2 - 2{,}4 * t + 4{,}9$$

avec x et y exprimés en mètre et t en seconde.

3.1 Evaluer la valeur de la vitesse v_F à partir des équations horaires de la balle. Comparer avec la valeur donnée ci-dessus.

3.2 Interpréter la valeur du coefficient du terme en t^2 dans l'expression de y(t). Préciser son unité.

A l'aide des équations horaires, on établit que l'équation cartésienne de la trajectoire de la balle est :

$$y = -4{,}0.10^{-3} * x^2 + 6{,}9.10^{-2} * x + 4{,}9$$

avec x et y exprimés en mètre.

3.3 Le service effectué est-il réussi ?

Corrigé

Cesta punta

La pelote basque est un sport de balle se pratiquant à main nue, avec une raquette en bois ou avec un chistera (gant en osier). La cesta punta est une des spécialités de la pelote basque. Le jeu consiste à renvoyer la balle servie par l'adversaire avec un chistera sur le mur appelé le fronton.
Le service s'effectue sur un terrain rectangulaire sur lequel des lignes de référence sont tracées. Le service s'effectue à 36 mètres du mur, il est réussi lorsque la balle, après avoir rebondi contre le mur, retombe entre les lignes 4 et 7.

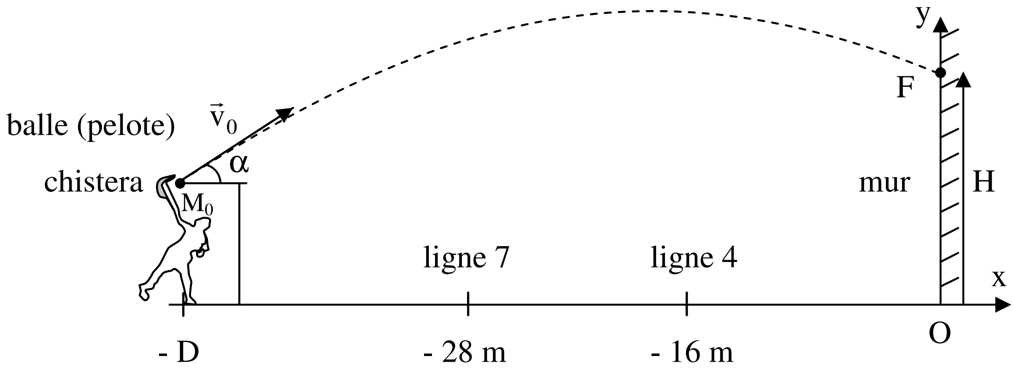

figure 1

schéma, qui n'est pas à l'échelle, d'un terrain de pelote basque et allure de la trajectoire de la balle

Dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère (Ox ; Oy), une balle supposée ponctuelle est envoyée par un joueur depuis un point M_0 de coordonnées x_0 = - D et y_0 = h. Grâce à son chistera, le joueur lance la balle à une vitesse initiale de norme v_0 dont le vecteur $\vec{v}_0$ forme un angle α avec l'horizontale. Le mouvement de la balle s'effectue dans le champ de pesanteur ; on néglige l'influence de l'air.
Le moment où la balle quitte le chistera est choisi comme origine des dates : $t_0 = 0$ s.
Le but de cet exercice est d'étudier, à l'aide du modèle de la chute libre, le mouvement de la balle afin de prévoir si le service est réussi. Le mouvement est décomposé en deux phases : avant puis après le rebond sur le mur.

Données

D = 36 m
masse de la balle : m = 126 g
valeur mesurée à l'aide d'un radar de la vitesse initiale de la balle : $v_0 = 36{,}2\ m.s^{-1}$
α = 12°
intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$

1 Mouvement de la balle avant le rebond sur le mur

1.1 Indiquer l'information de l'énoncé permettant de formuler l'hypothèse que le mouvement de la balle s'effectue dans le cadre du modèle de la chute libre.

« le mouvement de la balle s'effectue dans le champ de pesanteur ; on néglige l'influence de l'air »

1.2 En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation horaire du mouvement de la balle selon l'axe Ox est :

$$x(t) = v_0 * \cos(\alpha) * t - D$$

la seule force extérieure qui s'exerce sur le système est son poids (chute libre) deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen

$\vec{P} = m * \vec{a}$
$m * \vec{g} = m * \vec{a}$
$\vec{a} = \vec{g}$

le mouvement est plan dans le repère (Ox ; Oy)
le champ de pesanteur $\vec{g}$ est uniforme (pour ce mouvement de courte durée à la surface de la Terre), vertical et dirigé vers le centre de la Terre

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

intégration

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ -g * t + v_{y0} \end{pmatrix}$$

énoncé : vitesse initiale de norme v_0 dont le vecteur $\vec{v}_0$ forme un angle α avec l'horizontale

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 * \cos(\alpha) \\ -g * t + v_0 * \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

intégration

$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 * \cos(\alpha) * t + x_0 \\ -\frac{1}{2} * g * t^2 + v_0 * \sin(\alpha) * t + y_0 \end{pmatrix}$$

énoncé : position initiale point M_0 de coordonnées x_0 = - D et y_0 = h

$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} v_0 * \cos(\alpha) * t - D \\ -\frac{1}{2} * g * t^2 + v_0 * \sin(\alpha) * t + h \end{pmatrix}$$

1.3 Montrer que la balle frappe le mur à la date t_F = 1,0 s.

$x(t_F) = v_0 * \cos(\alpha) * t_F - D$

à l'instant t_F : x_F = 0 (abscisse du mur)
$0 = v_0 * \cos(\alpha) * t_F - D$
$v_0 * \cos(\alpha) * t_F = D$

$$t_F = \frac{D}{v_0 * \cos(\alpha)} = \frac{36}{36{,}2 * \cos(12)} = 1{,}0 \text{ s}$$

2 Etude énergétique de la balle avant le rebond sur le mur

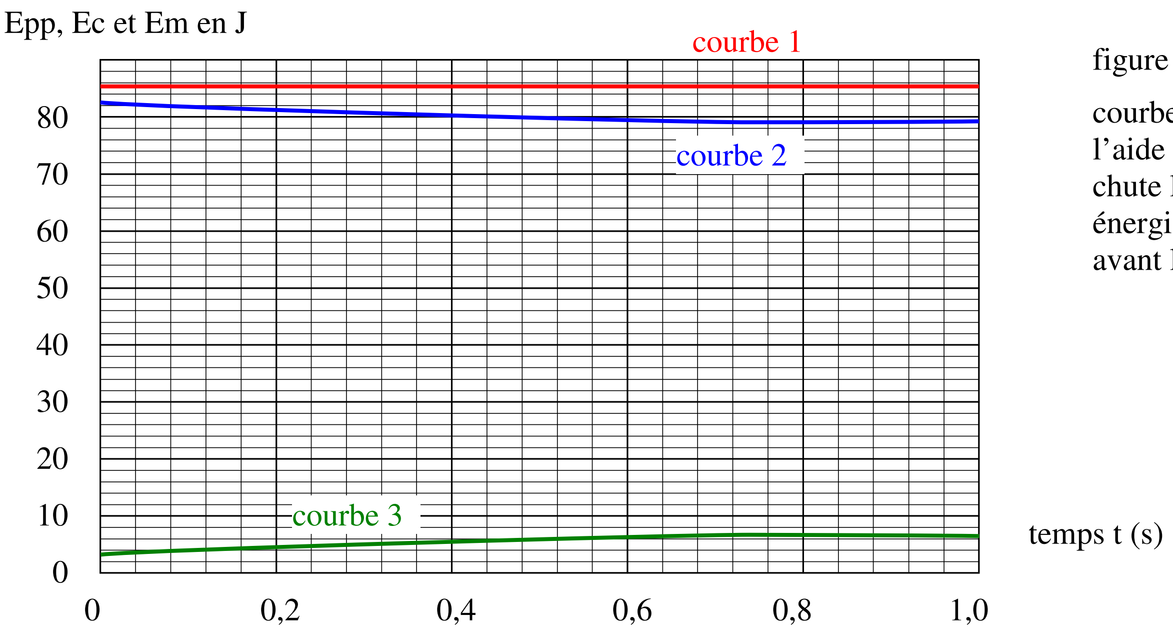

figure 2

courbes simulées, à l'aide du modèle de la chute libre, des énergies de la balle avant le rebond

2.1 Rappeler les expressions littérales de l'énergie cinétique Ec, de l'énergie potentielle de pesanteur Epp et de l'énergie mécanique Em de la balle. L'énergie potentielle de pesanteur est choisie nulle à l'ordonnée y = 0 m. On note v la norme du vecteur vitesse de la balle.

Ec = ½ * m * v^2
Epp = m * g * y
Em = Ec + Epp

2.2 Calculer la valeur de l'énergie cinétique Ec à la date t = 0 s.

Ec_0 = ½ * m * v_0^2 = ½ * 0,126 * $36{,}2^2$ = 82,6 J

2.3 En explicitant votre raisonnement, identifier pour chaque courbe de la figure 2 la forme d'énergie correspondante.

figure 1 : la trajectoire de la balle est un parabole

la balle s'élève (Epp ↗) pour atteindre le sommet de sa trajectoire (Epp max) puis la balle descend (Epp ↘) : courbe 3

en négligeant l'influence de l'air (et donc des frottements avec l'air), la balle n'est soumise qu'à l'action de son poids (une force conservative ; prg 1ère spé) et l'Em reste constante : courbe 1

il ne reste que Ec pour la courbe 2

2.4 A l'aide de la figure 2, évaluer la valeur de la hauteur H de la balle lorsqu'elle touche le mur au point F.

figure 2 à t = 1,0 s (la balle touche le mur : question 1.3) : Epp (t = 1,0 s) = 6,0 J
Epp (t = 1,0 s) = m * g * H
H = Epp (t = 1,0 s) / (m * g) = 6,0 / (0,126 * 9,81) = 4,9 m

3 Mouvement de la balle après le rebond sur le mur

La balle rebondit sur le mur en F. On fait l'hypothèse que la balle repart à la vitesse $v_F = 35\ m.s^{-1}$.
L'instant du rebond est choisi comme nouvelle origine des dates dans cette partie.
La balle, après avoir rebondi contre le mur, doit retomber entre les lignes 4 et 7 pour que le service soit réussi. Si la ligne 4 n'est pas dépassée, le point est acquis à l'adversaire. Si la ligne 7 est dépassée, le joueur a droit à un second et dernier service.
Le mouvement de la balle est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère (Ox ; Oy) défini sur la figure 1. L'étude de ce mouvement permet d'établir les équations horaires de la balle :

$$x(t) = -34{,}9 * t \qquad \text{et} \qquad y(t) = -4{,}9 * t^2 - 2{,}4 * t + 4{,}9$$

avec x et y exprimés en mètre et t en seconde.

3.1 Evaluer la valeur de la vitesse v_F à partir des équations horaires de la balle. Comparer avec la valeur donnée ci-dessus.

$x(t) = -34{,}9 * t$ $\qquad v_x = -34{,}9$
$y(t) = -4{,}9 * t^2 - 2{,}4 * t + 4{,}9$ $\qquad v_y = -½ * 4{,}9 * t - 2{,}4$

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{(-34{,}9)^2 + \left(-\frac{4{,}9 * t - 2{,}4}{2}\right)^2}$$

$$v_F = v\ (t = 0) = \sqrt{(-34{,}9)^2 + \left(-\frac{4{,}9 * 0 - 2{,}4}{2}\right)^2} = 35\ m.s^{-1}$$

3.2 Interpréter la valeur du coefficient du terme en t^2 dans l'expression de y(t). Préciser son unité.

après le rebond, la balle est encore en chute libre
et son ordonnée est de la forme $y = -½ * g * t^2 + v_{y0} * t + y_0$

coefficient du terme en t^2 : $-½ * g = -4{,}9$
en $m.s^{-2}$

A l'aide des équations horaires, on établit que l'équation cartésienne de la trajectoire de la balle est :

$$y = -4{,}0.10^{-3} * x^2 + 6{,}9.10^{-2} * x + 4{,}9$$

avec x et y exprimés en mètre.

3.3 Le service effectué est-il réussi ?

est service est réussi si : $-28\ m \leq x\ (y = 0) \leq -16\ m$
$0 = -4{,}0.10^{-3} * {x_{y=0}}^2 + 6{,}9.10^{-2} * x_{y=0} + 4{,}9$

les racines sont 44,7 m et -27.4 m
seule la solution $x_{y=0} = -27{,}4$ m est acceptable et $-28\ m \leq -27{,}4 \leq -16\ m$
le service est réussi