Cave à vin

Déguster un vin à la bonne température est essentiel pour pouvoir en apprécier les saveurs gustatives et odorantes : un vin trop tiède n'est pas agréable ; un vin trop froid voit ses arômes masqués par l'alcool. Pour pouvoir servir les vins à la bonne température, on utilise des caves à vin.
On s'intéresse à une bouteille de vin rouge léger dont la température idéale de service est de 13° C. Initialement, cette bouteille et son contenu sont à une température voisine de 22° C. On place cette bouteille dans la cave à vin afin d'optimiser sa dégustation.
L'air à l'intérieur de la cave à vin joue le rôle d'un thermostat. Sa température T_{air} demeure constante et égale à 13 °C.
Dans cet exercice, on cherche à déterminer la durée nécessaire pour que la température du vin atteigne la valeur souhaitée de 13 °C (partie 1). On étudie ensuite la gêne sonore pouvant être occasionnée par une cave à vin dans un restaurant (partie 2). Les deux parties sont indépendantes.

Evolution de la température - Durée du refroidissement (partie 1)

On s'intéresse à l'évolution de la température T du système {vin + bouteille} placé dans le thermostat.
Le système {vin + bouteille} est immobile. L'air de la cave à vin est ventilé.
On désigne par Q le transfert thermique entre l'air et le système, et par Φ le flux thermique correspondant, c'est-à-dire le transfert thermique par unité de temps.
Le transfert thermique et le flux thermique sont comptés positivement si le transfert thermique a lieu de l'air vers le système.
On fait l'hypothèse que le flux thermique Φ vérifie la loi phénoménologique de Newton.

Loi phénoménologique de Newton
Lorsqu'un système incompressible de température T est placé dans un fluide en écoulement à la température T_a, il s'établit un flux thermique entre le thermostat et le système proportionnel à l'écart de température $(T - T_a)$. On peut alors écrire :

$$\Phi = -h * S * (T - T_a)$$

- S est la surface d'échange entre le système et le thermostat (en m^2)
- h est le coefficient d'échange convectif (en $W.m^{-2}.K^{-1}$)

Données

- surface d'échange entre la bouteille et l'air : $S = 4{,}66.10^{-2}\ m^2$
- coefficient d'échange convectif : $h = 10\ W.m^{-2}.K^{-1}$
- capacité thermique du système {vin + bouteille} : $C = 3{,}25\ kJ.K^{-1}$
- $T(K) = \theta\ (°C) + 273$

1 A l'aide du premier principe de la thermodynamique, relier la variation d'énergie interne ΔU du système {vin + bouteille} au transfert thermique Q entre l'air et le système.

2 Exprimer le transfert thermique Q pendant une durée très petite Δt en fonction du flux thermique Φ supposé constant pendant cette durée et de Δt. Rappeler les unités, dans le système international, des grandeurs intervenant dans cette expression.

La variation d'énergie interne d'un système incompressible au repos dont la température varie de ΔT est donnée par la relation $\Delta U = C * \Delta T$ (C est la capacité thermique du système).

3 Exprimer le flux thermique Φ en fonction de la capacité thermique C du système supposé incompressible, de sa variation de température ΔT et de la durée Δt.

4 En utilisant la loi phénoménologique de Newton, et en faisant tendre Δt vers 0, vérifier que l'équation différentielle qui régit l'évolution de la température T s'écrit :

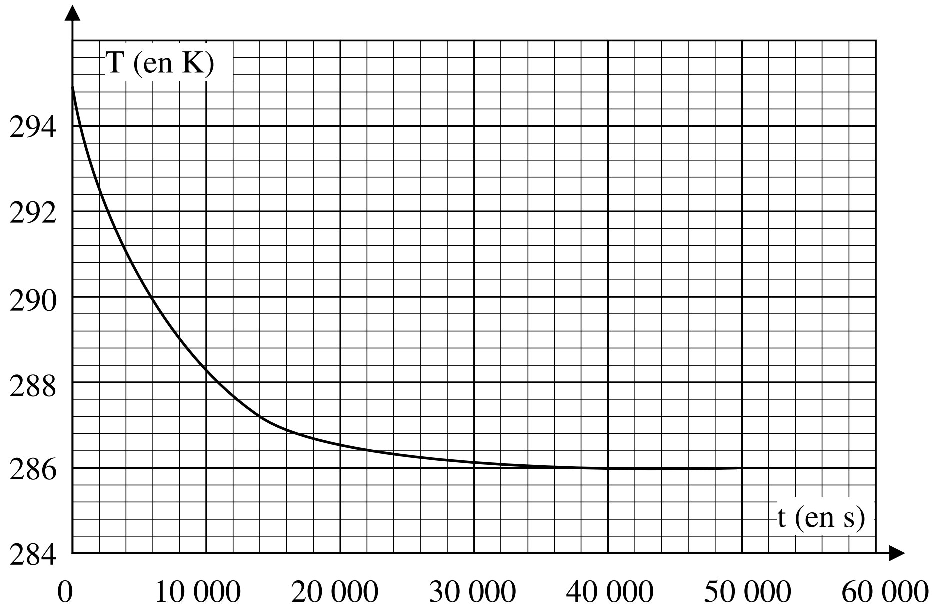
$$\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\tau} * (T - T_{air})$$

En déduire l'expression et l'unité de τ.

Le modèle d'évolution temporelle de la température du système {vin + bouteille}, solution de l'équation différentielle, est le suivant :

$$T(t) = (T_0 - T_{air}) * \exp(-t/\tau) + T_{air}$$

Cette évolution temporelle de la température T(t) est représentée ci-dessous :



5 Retrouver à l'aide des résultats de la modélisation les valeurs de T_0 et de T_{air}.

6 Estimer graphiquement au bout de combien de temps le vin pourra être servi à la température souhaitée (à 0,5 degré près).

Cave à vin et niveau d'intensité sonore (partie 2)

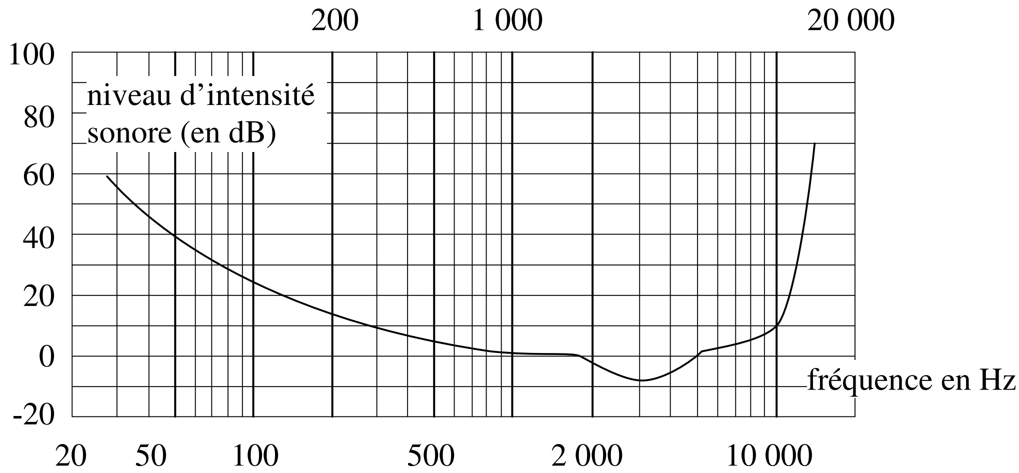
Le niveau d'intensité sonore moyen d'une cave à vin est de 42 dB à environ 1,0 m avec une fréquence sonore voisine de 200 Hz. Un restaurateur a besoin de deux caves à vin dans un même local fermé, à proximité de la salle qui accueille les clients. Il cherche à savoir si des clients assis juste derrière la cloison, à 1,0 m des caves à vin, sont susceptibles de les entendre.

Données

Niveau d'intensité sonore L en décibel :

$$L = 10 * \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{avec } I_0 = 1{,}0.10^{-12}\ W.m^{-2}$$

Seuil d'audibilité en fonction de la fréquence : le graphique suivant indique les valeurs minimales de niveau d'intensité sonore audible en fonction de la fréquence.



Atténuation par absorption : l'atténuation par absorption pour les bruits aériens, notée A, correspond à la différence entre le niveau d'intensité sonore L_i du son incident sur un obstacle et le niveau d'intensité sonore L_t du son transmis. Elle varie avec la fréquence. Pour les cloisons du restaurant, les caractéristiques d'atténuation sonore sont données ci-dessous :

f (en Hz)	100	125	160	200	250	315	400	500	630
A (en dB)	29	32	28	25	29	33	36	38	41

7 Montrer que le niveau sonore total émis par les deux caves à vin, à 1,0 m de celle-ci sans la cloison serait de 45 dB.

8 Le signal sonore émis par les deux caves serait-il audible par les clients placés derrière la cloison ? Justifier.

Corrigé

Cave à vin

Déguster un vin à la bonne température est essentiel pour pouvoir en apprécier les saveurs gustatives et odorantes : un vin trop tiède n'est pas agréable ; un vin trop froid voit ses arômes masqués par l'alcool. Pour pouvoir servir les vins à la bonne température, on utilise des caves à vin.
On s'intéresse à une bouteille de vin rouge léger dont la température idéale de service est de 13° C. Initialement, cette bouteille et son contenu sont à une température voisine de 22° C. On place cette bouteille dans la cave à vin afin d'optimiser sa dégustation.
L'air à l'intérieur de la cave à vin joue le rôle d'un thermostat. Sa température T_{air} demeure constante et égale à 13 °C.
Dans cet exercice, on cherche à déterminer la durée nécessaire pour que la température du vin atteigne la valeur souhaitée de 13 °C (partie 1). On étudie ensuite la gêne sonore pouvant être occasionnée par une cave à vin dans un restaurant (partie 2). Les deux parties sont indépendantes.

Evolution de la température - Durée du refroidissement (partie 1)

On s'intéresse à l'évolution de la température T du système {vin + bouteille} placé dans le thermostat.
Le système {vin + bouteille} est immobile. L'air de la cave à vin est ventilé.
On désigne par Q le transfert thermique entre l'air et le système, et par Φ le flux thermique correspondant, c'est-à-dire le transfert thermique par unité de temps.
Le transfert thermique et le flux thermique sont comptés positivement si le transfert thermique a lieu de l'air vers le système.
On fait l'hypothèse que le flux thermique Φ vérifie la loi phénoménologique de Newton.

Loi phénoménologique de Newton
Lorsqu'un système incompressible de température T est placé dans un fluide en écoulement à la température T_a, il s'établit un flux thermique entre le thermostat et le système proportionnel à l'écart de température $(T - T_a)$. On peut alors écrire :

$$\Phi = -h * S * (T - T_a)$$

- S est la surface d'échange entre le système et le thermostat (en m^2)
- h est le coefficient d'échange convectif (en $W.m^{-2}.K^{-1}$)

<u>Données</u>

- surface d'échange entre la bouteille et l'air : $S = 4,66.10^{-2}\ m^2$
- coefficient d'échange convectif : $h = 10\ W.m^{-2}.K^{-1}$
- capacité thermique du système {vin + bouteille} : $C = 3,25\ kJ.K^{-1}$
- $T(K) = \theta\ (°C) + 273$

1 A l'aide du premier principe de la thermodynamique, relier la variation d'énergie interne ΔU du système {vin + bouteille} au transfert thermique Q entre l'air et le système.

l'énergie interne d'un système ne peut varier que si le système échange du travail ou de la chaleur avec le milieu extérieur : $\Delta U = W + Q$

ici W = 0 (le système ne bouge pas) : $\Delta U = Q$

2 Exprimer le transfert thermique Q pendant une durée très petite Δt en fonction du flux thermique Φ supposé constant pendant cette durée et de Δt. Rappeler les unités, dans le système international, des grandeurs intervenant dans cette expression.

le flux thermique évalue la vitesse du transfert thermique : $\Phi = \dfrac{\delta Q}{dt}$

pendant une durée très petite Δt (donc pas infinitésimale comme ci-dessus)
$\Delta Q = \Phi * \Delta t$
$[Q] = J$ $[t] = s$ $[\Phi] = J.s^{-1}$

La variation d'énergie interne d'un système incompressible au repos dont la température varie de ΔT est donnée par la relation $\Delta U = C * \Delta T$ (C est la capacité thermique du système).

3 Exprimer le flux thermique Φ en fonction de la capacité thermique C du système supposé incompressible, de sa variation de température ΔT et de la durée Δt.

une variation d'énergie interne du système qui a pour seule conséquence un changt de température (pas de changement d'état et pas de réaction chimique) est quantifiée par : $\Delta U = c * \Delta T$

réponse à la question 2 : $\Delta Q = \Phi * \Delta t$

$$\Phi = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{C * \Delta T}{\Delta t}$$

4 En utilisant la loi phénoménologique de Newton, et en faisant tendre Δt vers 0, vérifier que l'équation différentielle qui régit l'évolution de la température T s'écrit :

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\tau} * (T - T_{air})$$

En déduire l'expression et l'unité de τ.

loi phénoménologique de Newton : $\Phi = - h * S * (T - T_a)$

réponse à la question 3 : $\Phi = \frac{C * \Delta T}{\Delta t}$

$$- h * S * (T - T_a) = \frac{C * \Delta T}{\Delta t}$$

en faisant tendre Δt vers 0

$$- h * S * (T - T_a) = C * \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{dT}{dt} = - \frac{h * S}{C} (T - T_a) \qquad \text{avec} \quad \tau = \frac{C}{h * S}$$

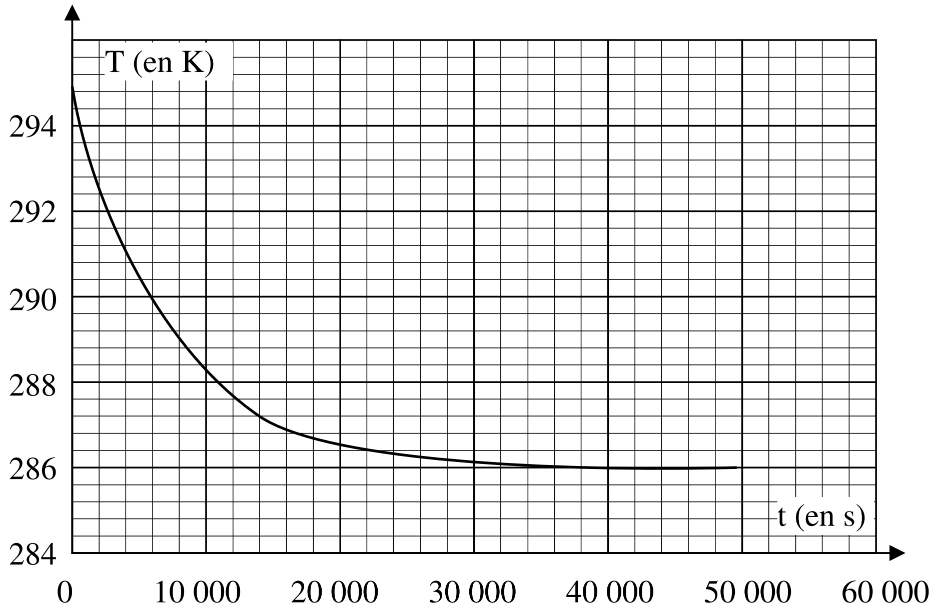
unité de τ

$$[\tau] = \left[\frac{C}{h * S} \right] = \frac{[C]}{[h] * [S]} = \frac{J.K^{-1}}{W.m^{-2}.K^{-1} * m^2} = \frac{J}{W} = s \text{ (seconde)}$$

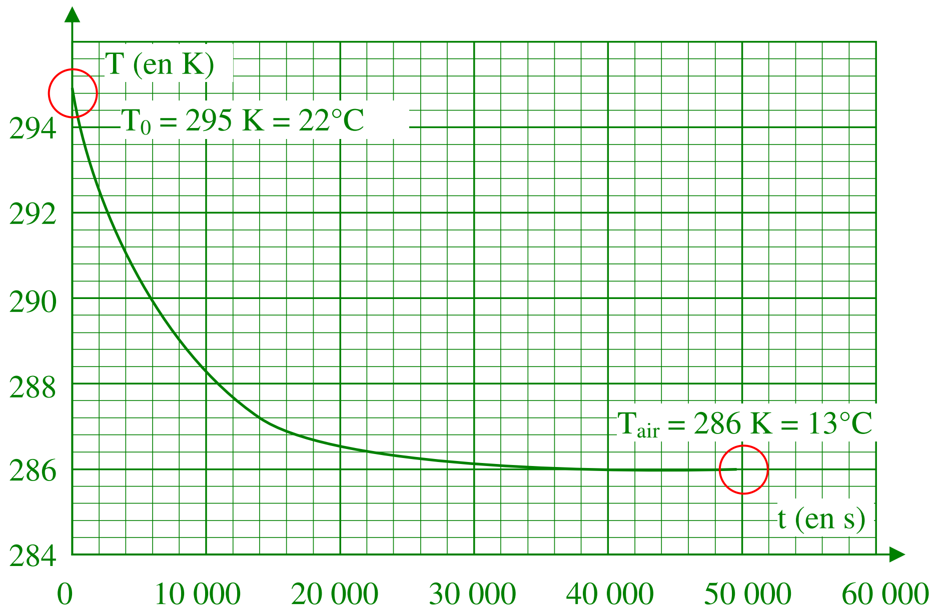
Le modèle d'évolution temporelle de la température du système {vin + bouteille}, solution de l'équation différentielle, est le suivant :

$$T (t) = (T_0 - T_{air}) * \exp (-t/\tau) + T_{air}$$

Cette évolution temporelle de la température T(t) est représentée ci-dessous :



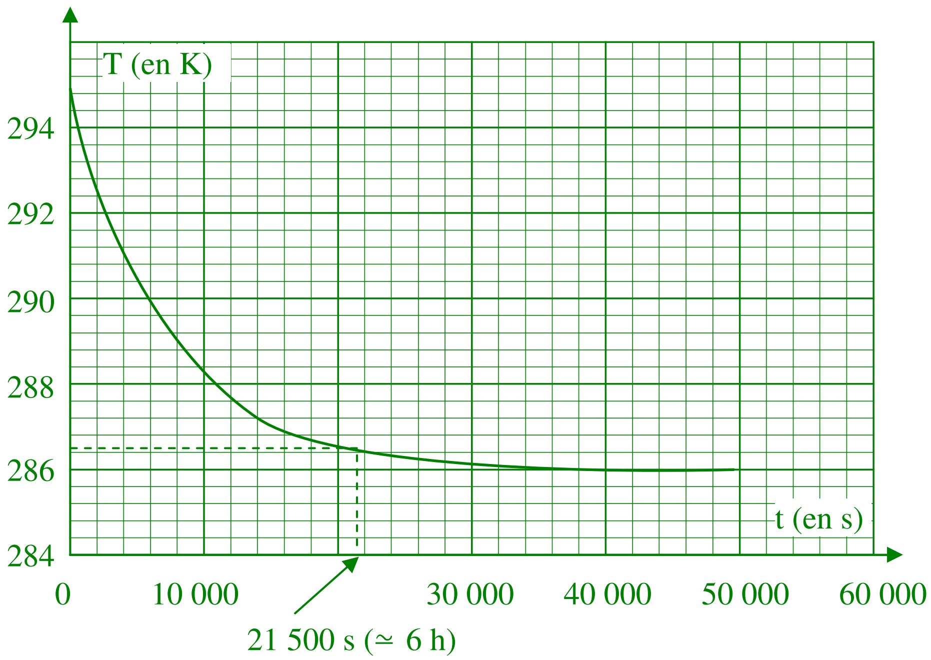
5 Retrouver à l'aide des résultats de la modélisation les valeurs de T_0 et de T_{air}.



6 Estimer graphiquement au bout de combien de temps le vin pourra être servi à la température souhaitée (à 0,5 degré près).

énoncé : à 0,5 degré près

12,5°C ≤ $T_{service\ vin}$ ≤ 13,5°C (= 286,5 K)



Cave à vin et niveau d'intensité sonore (partie 2)

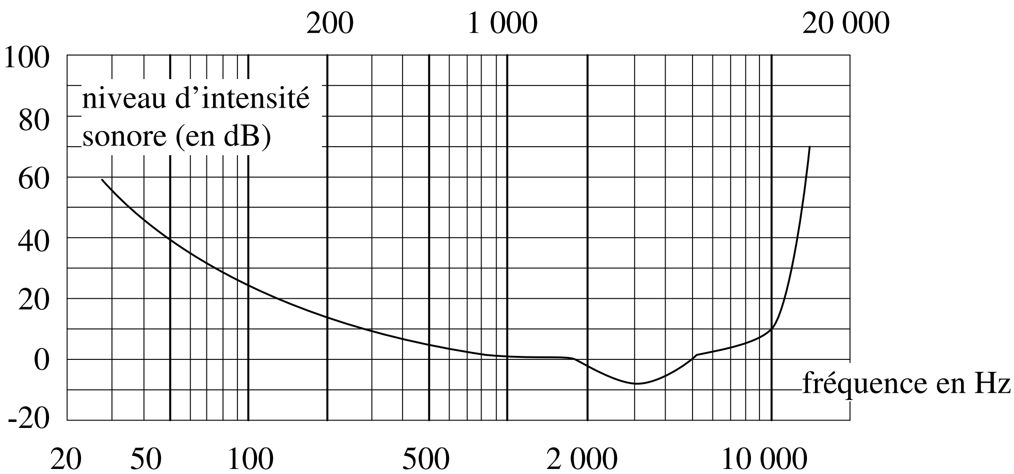
Le niveau d'intensité sonore moyen d'une cave à vin est de 42 dB à environ 1,0 m avec une fréquence sonore voisine de 200 Hz. Un restaurateur a besoin de deux caves à vin dans un même local fermé, à proximité de la salle qui accueille les clients. Il cherche à savoir si des clients assis juste derrière la cloison, à 1,0 m des caves à vin, sont susceptibles de les entendre.

<u>Données</u>

Niveau d'intensité sonore L en décibel :

$$L = 10 * \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad \text{avec } I_0 = 1{,}0.10^{-12}\ \text{W.m}^{-2}$$

Seuil d'audibilité en fonction de la fréquence : le graphique suivant indique les valeurs minimales de niveau d'intensité sonore audible en fonction de la fréquence.



Atténuation par absorption : l'atténuation par absorption pour les bruits aériens, notée A, correspond à la différence entre le niveau d'intensité sonore L_i du son incident sur un obstacle et le niveau d'intensité sonore L_t du son transmis. Elle varie avec la fréquence. Pour les cloisons du restaurant, les caractéristiques d'atténuation sonore sont données ci-dessous :

f (en Hz)	100	125	160	200	250	315	400	500	630

A (en dB)	29	32	28	25	29	33	36	38	41

7 Montrer que le niveau sonore total émis par les deux caves à vin, à 1,0 m de celle-ci sans la cloison serait de 45 dB.

énoncé : le restaurateur a besoin de 2 caves avec L = 42 dB pour chaque cave

niveaux d'intensité sonore L en décibel : $L = 10 * \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$

les intensités sonores s'additionnent : $I_{tot} = 2 * I_{cave}$

$L_{tot} = 10 * \log\left(\frac{I_{tot}}{I_0}\right) = 10 * \log\left(\frac{2 * I_{cave}}{I_0}\right) =$

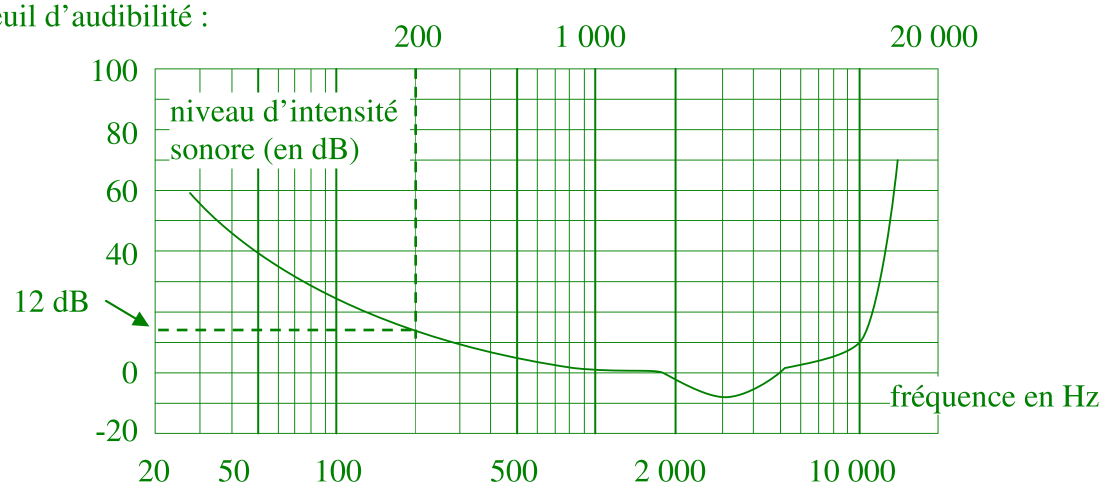
$L_{tot} = 10 * \left(\log\left(\frac{I_{tot}}{I_0}\right) + \log(2)\right) = L_{cave} + 10 * \log(2) = 42 + 3 = 45$ dB

8 Le signal sonore émis par les deux caves serait-il audible par les clients placés derrière la cloison ? Justifier.

énoncé : fréquence sonore d'une cave ≃ 200 Hz
atténuation par absorption à 200 Hz : A = 25 dB

énoncé : l'atténuation A, correspond à la différence entre le niveau d'intensité sonore L_i du son incident sur un obstacle et le niveau d'intensité sonore L_t du son transmis : $A = L_i - L_t$
$L_t = L_i - A = 45 - 25 = 20$ dB

seuil d'audibilité :



le niveau d'intensité sonore L_t du son transmis est de 20 dB et le seuil d'audibilité est à 12 dB donc le signal sonore émis par les deux caves sera audible par les clients placés derrière la cloison