Résoudre une équation avec la méthode de transposition des termes

Qu'est-ce qu'une équation ?

Une équation est une égalité (il y a **un** signe « = ») où les valeurs d'un ou de plusieurs nombres sont inconnues. Ces valeurs inconnues sont remplacées par des lettres (typiquement la lettre « x »).

Exemple $x + 2 = 5$

Dans une équation littérale, tous les nombres sont remplacés par des lettres (même les nombres connus).

Exemple $x + a = b$

Il y a autant d'équations que de signes « = » dans l'expression.

Exemple l'expression suivante : $x + a = b + y = c$ est équivalente à deux équations

Tous les nombres et les opérateurs (+ ; - ; * ; ÷) à gauche du signe « = » sont appelés le membre de gauche. La même chose à droite du signe « = ».

Exemple

$$\underbrace{\frac{a}{b} + c - d + e * f}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{g}_{\text{membre de droite}}$$

Cas d'une addition ou d'une soustraction

Transposer les termes d'une équation veut dire les déplacer dans l'autre membre en les changeant de signe :

Si le terme à déplacer de l'autre côté du « = » est précédé du signe + ou de rien (il est positif), alors de l'autre côté il sera précédé du signe – (il devient négatif).

Exemple $2 + x = 5 \quad \rightarrow \quad x = -2 + 5$

Si le terme à déplacer de l'autre côté du « = » est précédé du signe – (il est négatif), alors de l'autre côté il sera précédé du signe + ou de rien (il devient positif).

Exemples $x - 2 = 5 \quad \rightarrow \quad x = 2 + 5$

$$x - \left(a + \frac{1}{5+c}\right) = c \quad \rightarrow \quad x = \left(a + \frac{1}{5+c}\right) + c$$

Cas d'une multiplication ou d'une division

En passant de l'autre côté du signe égal, on applique au terme transposé (multiplié ou divisé) l'opération contraire (ou réciproque).

Si le terme à déplacer de l'autre côté du « = » multiplie le membre de départ, alors en passant de l'autre côté, il divisera l'autre membre.

Exemples $x * 2 = 5 \quad \rightarrow \quad x = 5 \div 2$

$$\frac{x}{1+a} = b \quad \rightarrow \quad \frac{1}{1+a} = \frac{b}{x} \qquad \text{en effet } \frac{x}{1+a} = x * \frac{1}{1+a}$$

Si le terme à déplacer de l'autre côté du « = » divise le membre de départ, alors en passant de l'autre côté, il multipliera l'autre membre.

Exemples $x \div 2 = 5 \quad \rightarrow \quad x = 5 * 2$

$$\frac{x}{1+a} = b \quad \rightarrow \quad x = b * (1 + a) \qquad \text{en effet } \frac{x}{1+a} = x \div (1 + a)$$

Remarque faites bien attention ! Dans le cas de multiplication ou de division, le signe ne change pas !

Cas d'une addition (ou d'une soustraction) et d'une multiplication (ou d'une division)

Transposer **tous** les termes additionnés (ou soustraits) **puis** transposer les termes multipliés (ou divisés).

Exemples

$\frac{a}{b} + c - d + e * f = g$ $c = ?$

réponse transposer tous les termes additionnés (ou soustraits) : $c = g - \frac{a}{b} + d - e * f$

$\frac{a}{b} + c - d + e * f = g$ $e = ?$

réponse transposer tous les termes additionnés (ou soustraits) : $e * f = g - \frac{a}{b} - c + d$ puis

transposer les termes multipliés (ou divisés) : $e = \frac{g - \frac{a}{b} - c + d}{f}$

$\frac{a}{b} + c - d + e * f = g$ $b = ?$

réponse transposer tous les termes additionnés (ou soustraits) : $\frac{a}{b} = g - c + d - e * f$ puis

transposer les termes multipliés (ou divisés) : $\frac{1}{b} = \frac{g - c + d - e * f}{a}$

(en complément) inverser les termes : $\frac{b}{1} = \frac{a}{g - c + d - e * f}$

(en complément) simplifier : $b = \frac{a}{g - c + d - e * f}$

S'entraîner

1 gaz parfait : $P * V = n * R * T$
$V = ?$
$n = ?$

2 loi fondamentale de la statique des fluides : $P = P_{atm} - \rho * g * z$
$\rho = ?$

3 expression de la température du système en fonction du temps : $\theta = (\theta_i - \theta_a) * \exp(-t/\tau) + \theta_a$
$\theta_i = ?$

4 surface d'échange entre le cylindre et le bain de glace : $S = \pi * D * L + 2 * (\pi * D^2 / 4)$
$L = ?$

5 équivalence d'un dosage : $n_i (SO_4^{2-}) / 1 = [Ba^{2+}] * V (Ba^{2+}) / 1$
$V (Ba^{2+}) = ?$

6 coefficient directeur de la tangente : $a_1 = ([I_2]_2 - [I_2]_1) / (t_2 - t_1)$
$[I_2]_1 = ?$

7 constante d'équilibre : $K(T) = \dfrac{[CO_3^{2-}]_f * [H_2SO_3]_f}{[HCO_3^-]_f * [HSO_3^-]_f}$

$[HSO_3^-]_f = ?$

8 pH d'une solution d'acide faible : $pH = ½ pKa - ½ \log \left(\dfrac{[HClO]_i}{c°} \right)$

$pKa = ?$

9 2ème loi de Newton : $P_x + R_x + T_x + f_x = m * a_x$

$T_x = ?$
$a_x = ?$

10 énergie mécanique du système : $Em_B = ½ * m * v_B^2 – m * g * L * \sin (\alpha)$

$m = ?$
$v_B^2 = ?$
$L = ?$

11 vitesse de l'émetteur qui s'éloigne : $f_R = \dfrac{f_E}{1 + \dfrac{v_E}{v}}$ qui peut s'écrire : $f_R = f_E \div \left(1 + \dfrac{v_E}{v}\right)$

$v_E = ?$

12 deux expressions équivalentes de la valeur du carré de la vitesse d'un satellite de masse « m_S » situé à l'altitude « h » de la surface de la Terre (de masse m_T et de rayon R_T) et de période de révolution T_S :

$$\frac{G * m_T}{R_T + h} = \frac{4 * \pi^2 * (R_T + h)^2}{T_s^2}$$

$h = ?$

13 relation entre la vitesse d'écoulement d'un fluide incompressible et le débit volumique Dv dans un tuyau de diamètre d :
$v = 4 * D_V / (\pi * d^2)$

$d = ?$

14 relation de Bernouilli entre deux points (A et B) d'un écoulement fluide incompressible au débit volumique Dv dans un tuyau de diamètre d à la vitesse v et à la profondeur h :

$$P_A - P_B = \rho * g * (h_A - h_B) - ½ * \rho * \left(\frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * d_A^4} - \frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * d_B^4} \right)$$

$Dv = ?$
$h_B = ?$

Réponses

1 $V = n * R * T / P$
$n = P * V / R * T$

2 $\rho = (P_{atm} - P) / (g * z)$

3 $\theta_i = \theta_a + (\theta - \theta_a) / \exp(-t/\tau)$

4 $L = (S - 2 * (\pi * D^2 / 4)) / (\pi * D)$

5 $V (Ba^{2+}) = n_i (SO_4^{2-}) / [Ba^{2+}]$

6 $[I_2]_1 = [I_2]_2 - a_1 * (t_2 - t_1)$

7 $[HSO_3^-]_f = [CO_3^{2-}]_f * [H_2SO_3]_f / (K(T) * [HCO_3^-]_f)$

8 $$pKa = 2 * pH + \log\left(\frac{[HClO]_i}{c°}\right)$$

9 $T_x = m * a_x - P_x - R_x - f_x$
$a_x = (P_x + R_x + T_x + f_x) / m$

10 $m = Em_B / (½ * v_B^2 - g * L * \sin(\alpha))$
$v_B^2 = 2 * (Em_B + m * g * L * \sin(\alpha)) / m$
$L = (½ * m * v_B^2 - Em_B) / m * g * \sin(\alpha)$

11 $$v_E = v * \left(\frac{f_E}{f_R} - 1\right)$$

12 $h = (G * m_T * T_S^2 / (4 * \pi^2))^{1/3} - R_T$

13 $d^2 = 4 * D_V / (v * \pi)$

14 $$Dv = \sqrt{\frac{P_B - P_A + \rho * g * (h_A - h_B)}{8 * \rho * \left(\frac{1}{\pi^2 * d_A^4} - \frac{1}{\pi^2 * d_B^4}\right)}}$$

$$h_B = h_A - \frac{P_A - P_B}{\rho * g} - \frac{8 * Dv^2}{g} * \left(\frac{1}{\pi^2 * d_A^4} - \frac{1}{\pi^2 * d_B^4}\right)$$

Corrigé

1 gaz parfait : $P * V = n * R * T$

transposer les termes multipliés : $V = n * R * T / P$

transposer les termes multipliés : $n = P * V / (R * T)$

2 loi fondamentale de la statique des fluides : $P = P_{atm} - \rho * g * z$

transposer les termes additionnés : $P - P_{atm} = - \rho * g * z$
(en complément) inverser tous les signes : $- P + P_{atm} = \rho * g * z$

transposer les termes multipliés : $V = (- P + P_{atm}) / (g * z)$
(en complément) simplifier : $V = (P_{atm} - P) / (g * z)$

3 expression de la température du système en fonction du temps : $\theta = (\theta_i - \theta_a) * \exp(-t/\tau) + \theta_a$

transposer les termes additionnés : $\theta - \theta_a = (\theta_i - \theta_a) * \exp(-t/\tau)$

transposer les termes multipliés : $(\theta - \theta_a) / \exp(-t/\tau) = (\theta_i - \theta_a)$

transposer les termes additionnés : $(\theta - \theta_a) / \exp(-t/\tau) + \theta_a = \theta_i$
(en complément) inverser le sens de présentation : $\theta_i = \theta_a + (\theta - \theta_a) / \exp(-t/\tau)$

4 surface d'échange entre le cylindre et le bain de glace : $S = \pi * D * L + 2 * (\pi * D^2 / 4)$

transposer les termes additionnés : $S - 2 * (\pi * D^2 / 4) = \pi * D * L$

transposer les termes multipliés : $(S - 2 * (\pi * D^2 / 4)) / (\pi * D) = L$
(en complément) inverser le sens de présentation : $L = (S - 2 * (\pi * D^2 / 4)) / (\pi * D)$

5 équivalence d'un dosage : $n_i (SO_4^{2-}) / 1 = [Ba^{2+}] * V (Ba^{2+}) / 1$

transposer les termes divisés : $[Ba^{2+}] * V (Ba^{2+}) = 1 * n_i (SO_4^{2-}) / 1$
(en complément) simplifier : $[Ba^{2+}] * V (Ba^{2+}) = n_i (SO_4^{2-})$

transposer les termes multipliés : $V (Ba^{2+}) = n_i (SO_4^{2-}) / [Ba^{2+}]$

6 coefficient directeur de la tangente : $a_1 = ([I_2]_2 - [I_2]_1) / (t_2 - t_1)$

transposer les termes divisés : $a_1 * (t_2 - t_1) = ([I_2]_2 - [I_2]_1)$

transposer les termes additionnés : $a_1 * (t_2 - t_1) - [I_2]_2 = - [I_2]_1$
(en complément) inverser tous les signes : $- a_1 * (t_2 - t_1) + [I_2]_2 = [I_2]_1$
(en complément) inverser le sens de présentation : $[I_2]_1 = [I_2]_2 - a_1 * (t_2 - t_1)$

7 constante d'équilibre : $K(T) = \dfrac{[CO_3^{2-}]_f * [H_2SO_3]_f}{[HCO_3^-]_f * [HSO_3^-]_f}$

transposer les termes divisés : $K(T) * [HCO_3^-]_f * [HSO_3^-]_f = [CO_3^{2-}]_f * [H_2SO_3]_f$

transposer les termes multipliés : $[HSO_3^-]_f = ([CO_3^{2-}]_f * [H_2SO_3]_f) / (K(T) * [HCO_3^-]_f)$

8 pH d'une solution d'acide faible : $pH = ½ pKa - ½ \log \left(\frac{[HClO]_i}{c°} \right)$

transposer les termes soustraits : $pH + ½ \log \left(\frac{[HClO]_i}{c°} \right) = ½ pKa$

transposer les termes multipliés : $(pH + ½ \log \left(\frac{[HClO]_i}{c°} \right)) / ½ = pKa$

(en complément) simplifier : $2 * pH + \log \left(\frac{[HClO]_i}{c°} \right) = pKa$

(en complément) inverser le sens de présentation : $pKa = 2 * pH + \log \left(\frac{[HClO]_i}{c°} \right)$

9 2ème loi de Newton : $P_x + R_x + T_x + f_x = m * a_x$

transposer <u>tous</u> les termes additionnés : $T_x = m * a_x - P_x - R_x - f_x$

transposer les termes multipliés : $a_x = (P_x + R_x + T_x + f_x) / m$

10 énergie mécanique du système : $Em_B = ½ * m * v_B^2 – m * g * L * \sin (\alpha)$

$m = ?$
$v_B^2 = ?$
$L = ?$

(en complément) mettre « m » en facteur : $Em_B = m * (½ * v_B^2 – g * L * \sin (\alpha))$
transposer les termes multipliés : $Em_B / (½ * v_B^2 – g * L * \sin (\alpha)) = m$
(en complément) inverser le sens de présentation : $m = Em_B / (½ * v_B^2 – g * L * \sin (\alpha))$

transposer les termes soustraits : $Em_B + m * g * L * \sin (\alpha) = ½ * m * v_B^2$
transposer les termes multipliés : $(Em_B + m * g * L * \sin (\alpha)) / (½ * m) = v_B^2$
(en complément) inverser le sens de présentation : $v_B^2 = (Em_B + m * g * L * \sin (\alpha)) / (½ * m)$

transposer les termes additionnés : $Em_B - ½ * m * v_B^2 = – m * g * L * \sin (\alpha)$
(en complément) inverser tous les signes : $- Em_B + ½ * m * v_B^2 = m * g * L * \sin (\alpha)$
transposer les termes multipliés : $(- Em_B + ½ * m * v_B^2) / (m * g * \sin (\alpha)) = L$
(en complément) inverser le sens de présentation : $L = (½ * m * v_B^2 - Em_B) / (m * g * \sin (\alpha))$

11 vitesse de l'émetteur qui s'éloigne : $f_R = \frac{f_E}{1 + \frac{v_E}{v}}$ qui peut s'écrire : $f_R = f_E \div \left(1 + \frac{v_E}{v} \right)$

$v_E = ?$

transposer les termes multipliés (ou divisés) : $\left(1 + \frac{v_E}{v} \right) * f_R = f_E$

transposer les termes multipliés (ou divisés) : $1 + \frac{v_E}{v} = \frac{f_E}{f_R}$

transposer les termes additionnés : $\frac{v_E}{v} = \frac{f_E}{f_R} - 1$

transposer les termes multipliés (ou divisés) : $v_E = v * \left(\frac{f_E}{f_R} - 1\right)$

12 deux expressions équivalentes de la valeur du carré de la vitesse d'un satellite de masse « m_S » situé à l'altitude « h » de la surface de la Terre (de masse m_T et de rayon R_T) et de période de révolution T_S :

$$\frac{G * m_T}{R_T + h} = \frac{4 * \pi^2 * (R_T + h)^2}{T_s^{\,2}}$$

h = ?

transposer les termes multipliés (ou divisés) : $G * m_T = \frac{4 * \pi^2 * (R_T + h)^3}{T_s^{\,2}}$

transposer les termes multipliés (ou divisés) : $T_s^{\,2} * (G * m_T) = 4 * \pi^2 * (R_T + h)^3$

transposer les termes multipliés (ou divisés) : $\frac{T_s^{\,2} * (G * m_T)}{4 * \pi^2} = (R_T + h)^3$

faire la même opération de chaque côté du égal (racine cubique) : $\sqrt[3]{\frac{T_s^{\,2} * (G * m_T)}{4 * \pi^2}} = R_T + h$

transposer les termes additionnés (ou soustraits) : $\sqrt[3]{\frac{T_s^{\,2} * (G * m_T)}{4 * \pi^2}} - R_T = h$

(en complément) inverser le sens de présentation : $h = \sqrt[3]{\frac{T_s^{\,2} * (G * m_T)}{4 * \pi^2}} - R_T$

13 relation entre la vitesse d'écoulement d'un fluide incompressible et le débit volumique Dv dans un tuyau de diamètre d :
$v = 4 * D_V / (\pi * d^2)$

d = ?

transposer les termes multipliés (ou divisés) : $(\pi * d^2) * v = 4 * D_V$

transposer les termes multipliés (ou divisés) : $(\pi * d^2) * v = 4 * D_V$

utiliser l'associativité de la multiplication : $d^2 * (\pi * v) = 4 * D_V$

transposer les termes multipliés (ou divisés) : $d^2 = \frac{4 * Dv}{\pi * v}$

faire la même opération de chaque côté du égal (racine carrée) : $d = \sqrt{\frac{4 * Dv}{\pi * v}}$

14 relation de Bernouilli entre deux points (A et B) d'un écoulement fluide incompressible au débit volumique Dv dans un tuyau de diamètre d à la vitesse v et à la profondeur h :

$$P_A - P_B = \rho * g * (h_A - h_B) - ½ * \rho * \left(\frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * {d_A}^4} - \frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * {d_B}^4}\right)$$

Dv = ?

mettre 16 * Dv^2 en facteur :

$$P_A - P_B = \rho * g * (h_A - h_B) - 8 * \rho * Dv^2 * \left(\frac{1}{\pi^2 * {d_A}^4} - \frac{1}{\pi^2 * {d_B}^4}\right)$$

transposer tous les termes additionnés (ou soustraits) :

$$P_A - P_B - \rho * g * (h_A - h_B) = - 8 * \rho * Dv^2 * \left(\frac{1}{\pi^2 * {d_A}^4} - \frac{1}{\pi^2 * {d_B}^4}\right)$$

transposer les termes multipliés (ou divisés) :

$$\frac{P_A - P_B - \rho * (h_A - h_B)}{-8 * \rho * \left(\frac{1}{\pi^2 * {d_A}^4} - \frac{1}{\pi^2 * {d_B}^4}\right)} = Dv^2$$

faire la même opération de chaque côté du égal (racine carrée) :

$$Dv = \sqrt{\frac{P_B - P_A + \rho * g * (h_A - h_B)}{8 * \rho * \left(\frac{1}{\pi^2 * {d_A}^4} - \frac{1}{\pi^2 * {d_B}^4}\right)}}$$

h_B = ?

$$P_A - P_B = \rho * g * (h_A - h_B) - ½ * \rho * \left(\frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * {d_A}^4} - \frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * {d_B}^4}\right)$$

transposer tous les termes additionnés (ou soustraits) :

$$P_A - P_B + ½ * \rho * \left(\frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * {d_A}^4} - \frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * {d_B}^4}\right) = \rho * g * (h_A - h_B)$$

transposer les termes multipliés (ou divisés) :

$$\frac{P_A - P_B + 0{,}5 * \rho * \left(\frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * {d_A}^4} - \frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * {d_B}^4}\right)}{\rho * g} = h_A - h_B$$

transposer tous les termes additionnés (ou soustraits) :

$$\frac{P_A - P_B + 0{,}5 * \rho * \left(\frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * d_A{}^4} - \frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * d_B{}^4} \right)}{\rho * g} - h_A = - h_B$$

faire la même opération de chaque côté du égal (changer de signe) :

$$- \frac{P_A - P_B + 0{,}5 * \rho * \left(\frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * d_A{}^4} - \frac{16 * Dv^2}{\pi^2 * d_B{}^4} \right)}{\rho * g} + h_A = h_B$$

(en complément) simplifier la présentation :

$$h_B = h_A - \frac{P_A - P_B}{\rho * g} - \frac{8 * Dv^2}{g} * \left(\frac{1}{\pi^2 * d_A{}^4} - \frac{1}{\pi^2 * d_B{}^4} \right)$$